

Direction des bibliothèques

AVIS

Ce document a été numérisé par la Division de la gestion des documents et des archives de l'Université de Montréal.

L'auteur a autorisé l'Université de Montréal à reproduire et diffuser, en totalité ou en partie, par quelque moyen que ce soit et sur quelque support que ce soit, et exclusivement à des fins non lucratives d'enseignement et de recherche, des copies de ce mémoire ou de cette thèse.

L'auteur et les coauteurs le cas échéant conservent la propriété du droit d'auteur et des droits moraux qui protègent ce document. Ni la thèse ou le mémoire, ni des extraits substantiels de ce document, ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans l'autorisation de l'auteur.

Afin de se conformer à la Loi canadienne sur la protection des renseignements personnels, quelques formulaires secondaires, coordonnées ou signatures intégrées au texte ont pu être enlevés de ce document. Bien que cela ait pu affecter la pagination, il n'y a aucun contenu manquant.

NOTICE

This document was digitized by the Records Management & Archives Division of Université de Montréal.

The author of this thesis or dissertation has granted a nonexclusive license allowing Université de Montréal to reproduce and publish the document, in part or in whole, and in any format, solely for noncommercial educational and research purposes.

The author and co-authors if applicable retain copyright ownership and moral rights in this document. Neither the whole thesis or dissertation, nor substantial extracts from it, may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

In compliance with the Canadian Privacy Act some supporting forms, contact information or signatures may have been removed from the document. While this may affect the document page count, it does not represent any loss of content from the document.

Université de Montréal

Vers la détermination de la composition du cœur des étoiles naines blanches

par

Charles Trottier

Département de Physique

Faculté des Arts et Sciences

Mémoire présenté à la Faculté des études supérieures
en vue de l'obtention du grade de
Maître es Sciences (M.Sc.)
en Physique

Avril, 2009



© Charles Trottier, 2009

Université de Montréal
Faculté des études supérieures

Ce mémoire intitulé :

Vers la détermination de la composition du cœur des étoiles naines blanches

présenté par

Charles Trottier

à été évalué par un jury composé des personnes suivantes

Pierre Bergeron,	Président-rapporteur
Gilles Fontaines,	Directeur de recherche
Pierre Brassard,	Membre du jury

Mémoire accepté le : _____

Sommaire

À la lumière des récents progrès en astrophysique tant dans le domaine théorique que de l'observation, nous faisons une étude de la cosmochronologie des étoiles naines blanches. Par l'intermédiaire de la fonction de luminosité, nous étudions le comportement des étoiles naines blanches au cours de leur évolution. À l'aide d'un code d'évolution développé par notre équipe, nous faisons la simulation du refroidissement de naines blanches en utilisant un éventail de paramètres initiaux. Parmi ces paramètres on compte la composition du cœur, qui est d'une importance capitale dans l'évolution de ces étoiles. Nous simulons l'évolution de ces paramètres dans le temps et construisons les fonctions de luminosité théoriques à partir de ceux-ci. Les différentes compositions plausibles pour le cœur engendrent une grande variété de fonctions de luminosité, avec une diminution caractéristique du nombre de naines blanches de faible luminosité fortement dépendante sur l'âge présumé de la région observée. Il est cependant possible de trouver l'âge de certains amas par des méthodes indépendantes (la méthode du 'turnoff' par exemple) et de renverser la vapeur en ajustant nos courbes de luminosité théoriques à des points observés pour trouver la composition chimique du cœur des naines blanches de cette région. Nous prenons avantage de cette astuce en utilisant les résultats intéressants obtenu par des collègues sur l'âge de l'amas M67 (Michaud et al. 2004, ApJ, 606, 452 : $3.7 \pm 0.1 \times 10^9$ ans) pour donner un premier estimé de la composition chimique des naines blanches de cet amas voisin.

Mots clefs :

Étoiles, naines blanches, fonction de luminosité, âge, composition chimique, cœur, évolution, refroidissement, amas ouvert (M67), cristallisation

Abstract

In the light of recent progress on both theoretical and observational grounds, we proceed to a study of white dwarf cosmochronology. We use the luminosity function to study the behaviour of white dwarf stars during their evolution. Using an evolutionary code developed by our team, we simulate the aging of white dwarfs using a wide array of initial parameters. Amongst these parameters figures the composition of the core, which is central to the aging time. We use simulated aging data to build theoretical luminosity functions. The different plausible core compositions create many different luminosity functions, with a typical 'drop' in the number of low luminosity white dwarfs which depends much on the particular assumed age of the cluster observed. It is however possible to estimate the age of some clusters using independent methods (the turnoff method for example) and to turn the table around by fitting our theoretical luminosity functions to the observed points to estimate the chemical composition of the whites dwarfs' core. We take advantage of this clever trick by using the interesting results of colleagues on the age of M67 (Michaud et al. 2004, ApJ, 606, 452: 3.7 ± 0.1 Gy), to give a first estimate of the composition of the core of the white dwarfs of this neighbouring cluster.

Keywords:

Stars, white dwarfs, luminosity function, age, chemical composition, core, evolution, cooling, open cluster (M67), crystallization

Table des matières

Sommaire	i
Table des matières	ii
Liste des figures	iv
1 Chapitre 1 : Introduction	1
2 Chapitre 2 : Section théorie	7
2.1 Étoiles génitrice.....	7
2.1.1 Formation et évolution.....	8
2.1.2 La fin d'une époque.....	9
2.1.3 Naine blanche.....	13
2.2 La physique de la naine blanche.....	16
2.2.1 Composition chimique et physique de la naine blanche.....	16
2.2.2 Le cœur.....	22
2.2.3 Couches externes : hydrogène et hélium.....	26
2.2.4 Transfert radiatif.....	28
2.3 Fonction de luminosité.....	32
2.3.1 Fonction de masse initiale.....	34
2.3.2 'Initial-to-final mass ratio'.....	35
2.3.3 Taux de refroidissement.....	36
2.3.4 Taux de création.....	39
2.4 Amas et autres régions.....	39
2.5 Le code de fonction de luminosité.....	40
3 Chapitre 3 : Section analyse	43
3.1 Étoiles génitrice.....	44

3.1.1	Formation et évolution.....	44
3.1.2	La fin d'une époque.....	44
3.1.3	Nos naines blanches.....	45
3.2	Physique de la naine blanche.....	46
3.2.1	Composition chimique.....	47
3.2.2	Composition du cœur.....	47
3.2.3	Couches externes.....	49
3.2.4	Transfert radiatif.....	49
3.3	Fonction de luminosité.....	49
3.3.1	Fonction de masse initiale.....	49
3.3.2	Relation masse initiale – masse finale.....	50
3.3.3	Taux de refroidissement.....	50
3.3.4	Taux de création.....	51
3.3.5	Autres facteurs.....	51
3.4	Les résultats.....	52
3.5	Quelques points sur l'estimation de la composition et la fonction de luminosité.....	59

4 Conclusion

62

Liste des figures

Figure 1 : Importance de la cristallisation.....	48
Figure 2 : Fonction de Luminosité pour naines blanches (100% carbone) pour des âges allant de 8 à 16 milliards d'années.....	53
Figure 3 : Fonction de luminosité pour naines blanches au cœur de carbone...	56
Figure 4 : Fonction de luminosité pour des naines blanches 50% carbone – 50% oxygène.....	56
Figure 5 : Fonction de luminosité pour des naines blanches au cœur d'oxygène.....	57
Figure 6 : Fonction de luminosité pour 3 compositions différentes et ajustement des points de luminosité de l'amas M67.....	58
Figure 7 : Ajustement pour trouver la composition chimique des étoiles de l'amas ouvert M67.....	60

Liste des sigles et abréviations

\odot	: Symbole représentant le Soleil
ApJ	: 'Astrophysical Journal'
K	: Kelvin (unité de température)
L	: Luminosité
L_{\odot}	: Luminosité solaire
Log g	: valeur logarithmique du champs gravitationnel
M_{\star}	: Masse de l'étoile
M_{\odot}	: Masse solaire
M_{bol}	: Magnitude bolométrique
T_{eff}	: Température effective
t_{cool}	: Temps de refroidissement
t_{ms}	: Temps 'main sequence', temps de vie d'une étoile sur la séquence principale

Chapitre 1

Introduction

Les étoiles sont des objets spectaculaires dont l'envergure dépasse l'entendement humain. Ces objets existent grâce à un équilibre fragile entre l'effondrement gravitationnel sous l'effet de leur propre masse et la pression interne du gaz, pression due à la quantité phénoménale de chaleur dégagée par la fusion nucléaire qui se produit au cœur des étoiles et qui est rendue possible justement à cause de leurs masses colossales. Et bien que ces objets soient en apparence paisibles, il n'en est rien : fusion nucléaire au centre, émission de quantité prodigieuse d'énergie sous forme de radiation électromagnétique et de particules, ionisation de la matière partout à l'intérieur jusqu'aux couches les plus externes, courants de convection, épisodes de contraction gravitationnelle suivis de dilation par augmentation du taux de réactions nucléaires, vent de particules, sans oublier les réactions nucléaires qui donnent naissance aux éléments plus

lourds du tableau périodique (nucléosynthèse); les étoiles sont des laboratoires bouillants où ont lieu des expériences qui rendent tous les chercheurs verts de jalousie. Pas étonnant qu'elles soient l'objet de tant de fascination, et ce malgré la distance immense et insurmontable qui nous en sépare.

Les étoiles vivent cette vie glorieuse de façon 'relativement' paisible sur ce qu'on appelle la séquence principale pour une période de temps qui va de quelques centaines de millions d'années pour les étoiles les plus massives à plusieurs milliards d'années pour les étoiles les moins massives. Après cette période de temps, l'étoile a épuisé son carburant nucléaire. Elle entame alors une suite de phases évolutives, tantôt violentes, tantôt tranquilles, qui la conduisent inexorablement vers le dernier stade de son évolution : un cadavre stellaire. Certaines s'éteignent de façon spectaculaire, d'autre de façon plus modeste, mais toutes les étoiles finissent leur existence comme un corps inerte se refroidissant lentement et condamné à disparaître à nos yeux (au sens large). Il est généralement admis, sur la base de modèles théoriques, qu'un peu plus de 97 % des étoiles vont finir leur vie sous une forme très particulière : celle d'une naine blanche. Ces objets sont initialement chauds et très compacts, et brillent pendant plusieurs milliards d'années en émettant les vestiges de l'énergie thermique, provenant des fusions nucléaires, qu'elles ont emmagasinée dans les différents éléments de leur cœur au cours de leur existence.

Les naines blanches possèdent des propriétés qui les rendent extrêmement intéressantes à étudier. Toutes sont situées dans un éventail de paramètres restreints de masse, rayon et gravité de surface, lesquels sont étroitement liés à cause des conditions physiques particulières qui règnent au sein de l'étoile; des masses allant de $0.4 M_{\odot}$ à $1.4 M_{\odot}$, avec une forte concentration autour de $0.6 M_{\odot}$, un rayon de l'ordre de celui de la terre et une gravité de surface moyenne de $\log g \sim 8$. La température de surface des naines blanches se situe entre 150 000 K pour les plus chaudes et 4 000 K pour les plus froides. La compacité de l'objet force la matière dans un état dégénéré. La

physique de la matière dégénérée est également relativement bien comprise, et ce depuis bien des années. Cependant, la faible luminosité de ces objets les rend difficiles à observer individuellement et il a fallu attendre beaucoup plus tard pour avoir les outils d'observation nécessaires à la détection d'objets de si faibles magnitudes (pour les naines blanches de plus faibles magnitudes). Il n'en demeure pas moins que les naines blanches sont des objets au sein desquels règnent des conditions bien particulières qu'il nous est impossible, ou à tout le moins extrêmement difficile, de reproduire sur terre, les rendant ainsi des objets de prédilection pour mettre nos théories de la matière dense à l'épreuve.

La plupart de ces objets sont composés d'une mince couche d'hydrogène (environ 0.01 % de leur masse totale), d'une mince couche d'hélium (1 % de la masse totale de l'étoile), le tout entourant un cœur composé de carbone et d'oxygène produits des réactions de fusion de l'hélium. Les naines blanches sont classifiées dans différentes catégories selon les raies qui apparaissent dans leur spectre. La majorité des naines blanches ne montrent que des raies d'hydrogène et sont classifiées DA. La pureté du spectre est attribuable au champ gravitationnel intense de ces étoiles ($\log g \sim 8$) qui opère un triage en faisant couler les éléments plus lourds vers le cœur, laissant ainsi une couche d'hydrogène pure en surface; on appelle d'ailleurs ce phénomène « tri gravitationnel ». Viennent ensuite les DB, des naines plus froides ($T_{\text{eff}} < 30\,000\text{ K}$) qui montrent des raies d'hélium, et les DO ($T_{\text{eff}} > 45\,000\text{ K}$) qui montrent des raies d'hélium ionisé. Il existe aussi quelques autres types spectraux, comme les DC, DQ et DZ, qui sont toutefois plus rares.

Les naines blanches brillent faiblement pendant plusieurs milliards d'années en évacuant à travers leurs enveloppes l'énergie thermique emmagasinée dans le cœur. Le temps qu'elles mettent à refroidir dépend donc de la chaleur spécifique par gramme de matière, de la quantité totale de matière dont est composée l'étoile et de l'opacité des couches externes au passage de la radiation en provenance du cœur (donc du transfert radiatif). Les théories

prédisent également que la masse d'une naine blanche est fonction de la masse de l'étoile génitrice et dépend des mécanismes d'éjection de masse dans les stades évolutifs post séquence principale. De plus, les observations montrent qu'il existe une relation entre la masse des étoiles et le nombre d'étoiles de cette masse qui existent ou qui sont créés, qu'on appelle fonction de masse initiale (en anglais *Initial mass function*, ou *IMF*; Salpeter, 1955) et qui donc donne une idée de la densité d'étoiles d'une masse particulière dans un volume d'espace. Avec ces données en mains, il est possible de construire une fonction théorique, appelée fonction de luminosité, qui prédit le nombre d'étoiles d'une certaine luminosité qu'on devrait pouvoir observer dans un parsec³ de ciel en fonction de l'âge de la région observée (ou de l'âge théorique que nous accordons aux plus vieilles étoiles de notre échantillon). Cette fonction de luminosité constitue une étape de base dans l'étude de la cosmochronologie des naines blanches.

Les prochaines sections comprennent donc une description des théories sur l'évolution des étoiles. Nous parlerons notamment des processus suivant la fin de la vie de l'étoile sur la séquence principale et qui conduisent à la formation de naines blanches et la composition chimique qui résulte de ces processus.

Nous parlerons également de la physique particulière qui règne au sein de ces objets et de l'état de la matière tant dans le cœur que dans l'enveloppe. La dégénérescence est un état particulier de la matière, relativement bien compris et simple à modéliser et qui est à la base même de l'existence de ces objets.

Vu le rôle primordial du transfert radiatif sur l'évolution et le refroidissement d'une naine blanche, une section sera consacrée à la théorie sur ce dernier, notamment à l'opacité de la matière au rayonnement et l'étude des couches externes des naines blanches.

Nous ajouterons également une section décrivant la cristallisation, phénomène qui influence de façon très importante le refroidissement.

Nous ferons en plus une analyse détaillée de la fonction de luminosité et de son utilité. Nous apporterons des précisions sur les différents éléments qui la composent, soit la fonction de masse initiale, le taux de formation stellaire, la relation masse finale-masse initiale entre naines blanches et étoiles génitrices et le taux de refroidissement. Nous discuterons également du potentiel de la fonction pour déterminer la composition du coeur des étoiles naines blanches d'un amas, qui n'est pas possible par observation directe à cause de l'opacité des couches externes.

Une analyse sera ensuite faite sur la dépendance de la fonction de luminosité à la composition chimique du coeur. En utilisant un puissant code évolutif mis sur pied par l'équipe de l'Université de Montréal (P. Brassard et G. Fontaine), nous simulerons le refroidissement de plusieurs naines blanches dont la masse est comprise en $0.4 M_{\odot}$ et $1.3 M_{\odot}$ avec différentes compositions de coeur dans le but d'observer les effets de la composition sur la fonction de luminosité. Ceci nous permettra de déterminer l'âge d'un amas en fonction de la composition du coeur des étoiles qu'il contient et le nombre d'étoiles de luminosité L qu'on y retrouve lors des observations. Nous utiliserons un taux de formation pour la création d'étoiles, soit un taux continu de formation pour simuler le taux de formation dans le disque galactique.

Nous analyserons la dépendance du refroidissement sur la composition du coeur par l'intermédiaire de cette fonction de luminosité. Ceci nous permettra de faire une analyse de cette dépendance en dehors des approximations de Mestel, là où se situent les conditions d'intérêt en cosmochronologie.

Finalement, nous appliquerons cette analyse au cas particulier de l'amas M67 dont l'âge a été déterminé avec une grande précision par une étude

indépendante (G. Michaud, 2004). Il nous sera donc possible d'inverser la fonction de luminosité et de donner une première estimation de la composition chimique des étoiles naines blanches composant cet amas.

Chapitre 2

Section Théorie

2.1 Étoile génitrice

La vie d'une naine blanche dépend en grande partie de l'étoile primitive à partir de laquelle elle est issue. La masse de la naine blanche dépend de plusieurs facteurs reliés à sa génitrice : masse de l'étoile, perte de masse dans les stades évolutifs, présence de compagnons. La composition chimique interne dépend également grandement de la masse de l'étoile qui engendre la naine blanche. Cette composition chimique est à la base de l'évolution subséquente du cadavre stellaire.

Puisque l'étoile géritrice est si importante dans la détermination des paramètres physiques de la naine blanche, la section 2.1 va faire un survol de la vie d'une étoile. Les thèmes ne seront pas abordés en profondeur, mais ils constituent une partie très importante dans l'étude de toute étoile. Cette section donnera une description sommaire des principaux phénomènes et principes physiques qui régissent la vie d'une étoile.

2.1.1 Formation et évolution

Les étoiles de la séquence principale se forment à partir d'immenses nuages de gaz contenant principalement de l'hydrogène. Ces nuages existent généralement dans le disque des galaxies.

La formation d'une étoile commence par l'effondrement gravitationnel d'une portion importante du nuage d'hydrogène. Cet effondrement peut être causé par plusieurs phénomènes : onde de choc engendrée par l'explosion de supernovae dans le voisinage, passage de matière massive à l'intérieur ou à proximité du nuage, onde de densité (bras de galaxie), etc.

Comme tout gaz qui se comprime, l'énergie thermique à l'intérieur de la masse non définie augmente. Cette pression freine un peu l'effondrement; si la masse déplacée initialement n'est pas suffisante, l'effondrement sera stoppé. Si la masse est suffisante, l'effondrement se poursuit. À mesure que la pression augmente, le nuage de gaz se 'réchauffe'. On peut utiliser la relation suivante pour illustrer cette situation; dans un cadre adiabatique (temps de réaction thermique beaucoup plus long que l'ajustement mécanique), la variation d'énergie interne, la pression et le volume sont reliés de la façon suivante :

$$dU = -PdV. \quad (2.1)$$

Ainsi, une diminution infinitésimale de volume à pression constante augmente l'énergie interne du gaz. L'augmentation d'énergie interne s'accompagne d'une augmentation de pression, ce qui augmente les collisions à l'intérieur et provoque une mesure d'ionisation. Le nuage de gaz se met à émettre de la radiation de façon plus considérable.

Le gaz continue de s'effondrer et la matière y devient de plus en plus dense. Cette 'boule' de gaz dense devient une importante source gravitationnelle. Il se forme autour de la future étoile un disque d'accrétion, ce qui ne fait que contribuer à l'effondrement gravitationnel. Lorsque la densité devient suffisante, la matière s'ionise également par pression. À cette étape, la matière du cœur est presque entièrement ionisée. L'énergie des protons devient suffisante pour briser la barrière de potentiel électrique et la matière se met à fusionner. L'énergie produite par les fusions nucléaires est rapidement absorbée par les particules environnantes, ce qui pour effet d'augmenter leur énergie cinétique et donc la pression du gaz. L'augmentation de pression qui en résulte est suffisante pour freiner la contraction gravitationnelle de cette immense masse de matière. Il s'établit un équilibre entre la gravitation et la pression du gaz : l'étoile vient d'entamer une longue vie sur la séquence principale.

2.1.2 La fin d'une époque

Cet équilibre subsiste pendant un temps variant de quelques centaines de millions d'années à plusieurs millions d'années selon la masse de l'étoile. Cet équilibre peut être décrit de façon très simple l'aide de l'équation suivante :

$$dP/dr = -\rho(r)g(r); \quad (2.2)$$

c'est une des équations de base de la structure stellaire, l'équation d'équilibre hydrostatique. Cette équation indique simplement qu'en tous points de l'étoile le gradient de pression est compensé par la gravité. Elle indique également que la

densité augmente à mesure qu'on s'approche du centre. La pression de cette équation est la somme de la pression gazeuse (dont la contribution est dominante) et de la pression de la lumière. Au cours de leur vie, durant des phases évolutives particulières, plusieurs étoiles subissent des variations à cet équilibre (en fait, presque toutes les étoiles connues varient de cette façon). Si une étoile se contracte sous l'effet de sa gravitation, le taux de réactions nucléaires en son centre augmente, ce qui libère une plus grande quantité d'énergie et augmente ainsi la pression de la matière sous forme de gaz. Cette pression repousse les couches externes et l'étoile se dilate, diminuant la densité et donc le taux de réactions nucléaires. Le taux diminuant implique une moindre production de chaleur, et l'étoile peut alors se contracter de nouveau. L'étoile oscille donc, et on parle d'étoile pulsante. Ce mécanisme de vibration est connu sous le nom de mécanisme ϵ . Il est intéressant de noter que ce mécanisme, qui a été imaginé aux débuts des développements sur les réactions nucléaires dans le but d'expliquer le phénomène d'étoile pulsante, n'a pas à ce jour été observé dans la nature. Le mécanisme reconnu aujourd'hui comme décrivant véritablement la pulsation des étoiles s'appelle mécanisme κ . C'est l'opacité qui est l'origine de ce mécanisme, d'où son appellation. Cette opacité devient très grande dans un milieu partiellement ionisé, comme c'est le cas dans les couches externes des étoiles naines blanches lorsqu'elles refroidissent. Lorsque la lumière provenant du centre de l'étoile se heurte à cette barrière, il se crée une 'onde de choc' qui fait pulser l'étoile.

L'étoile connaît donc une longue existence sur la séquence principale. Cette séquence principale illustre simplement de façon graphique les relations qui lient les paramètres de masse, luminosité et rayon. Une relation unique ne suffit pas pour définir une loi sur tout l'éventail de masse, et on présente souvent la relation entre ces paramètres sous la forme de deux lois de puissance (ou ajustements),

$$-1.10 \leq \log\left(\frac{L}{L_{\odot}}\right) \leq +1.90, \quad \left(\frac{L}{L_{\odot}}\right) = 1.2 \left(\frac{M}{M_{\odot}}\right)^{4.0} \quad (2.3)$$

et

$$-2.50 \leq \log\left(\frac{L}{L_{\odot}}\right) \leq -1.10 \quad , \quad \left(\frac{L}{L_{\odot}}\right) = 0.67 \left(\frac{M}{M_{\odot}}\right)^{2.76} \quad (2.4)$$

La masse est un paramètre important puisque c'est sur ce critère qu'on estime le type de cadavre stellaire qui sera formé à la fin de la séquence évolutive. Les étoiles de masse de moins de $8 M_{\odot}$ sont généralement reconnues comme les candidats pour les étoiles naines blanches. La relation qui existe entre la masse de l'étoile génitrice et la masse de la naine blanche est aussi le sujet de beaucoup de recherche. Nous discuterons un peu plus loin de cette relation et des théories qui l'entourent (section 2.3.3). Pour continuer le survol sur la vie des étoiles de la séquence principale, nous tiendrons principalement compte des étoiles de masse $\leq 8 M_{\odot}$, de loin les plus nombreuses.

L'étoile évolue au rythme de la transformation d'hydrogène en hélium dans son cœur. L'hélium n'est pas dans les conditions de densité et température nécessaires pour qu'il fusionne, et sa masse plus grande que celle de l'hydrogène contraint l'hélium à couler vers le centre de l'étoile. Ce dernier s'accumule au centre de l'étoile, forçant l'hydrogène à continuer sa fusion un peu plus loin du centre. La gravité de la masse inerte d'hélium force les couches d'hydrogène dans un état plus compact et augmente le taux de réaction de fusion, augmentant la quantité d'énergie émise. L'énergie est ainsi émise à une distance $r > 0$ et l'augmentation en pression qui en résulte force l'étoile à prendre de l'expansion : l'étoile devient progressivement une géante rouge. Le rayon de l'étoile s'accroît, l'étoile devient plus lumineuse, mais en même temps, la densité de l'étoile diminue en raison de son expansion et la température effective de l'étoile diminue. Les relations reliant les paramètres masse/luminosité sur la séquence principale ne s'appliquent plus; l'étoile quitte ainsi la séquence principale et amorce des phases évolutives qui vont la transformer de façon spectaculaire.

L'éventail de masses des étoiles donne naissance à un éventail de phénomènes dans les phases plus avancées de son existence. Par exemple si l'étoile est de masse faible ($M < 0.5 M_{\odot}$), elle sera principalement convective et n'accumulera pas l'hélium au centre de la façon décrite ci-haut. Ce phénomène va produire un retard important dans l'évolution de cette étoile vers la phase géante rouge.

Si la masse est suffisamment élevée, rien ne freine l'accumulation de l'hélium dans le centre. La densité devient de plus en plus grande, et la matière devient dégénérée dans le cœur. Dans cet état de la matière, la pression est indépendante de la température, du moins pratiquement (contrairement au cas du gaz classique, non dégénéré). La densité devient suffisamment élevée pour déclencher la réaction de fusion de l'hélium. L'énergie produite augmente le taux de réaction, mais sans pour autant changer la pression : il n'y a pas de mécanismes d'expansion permettant de refroidir le cœur, et la réaction s'emballe. Le cœur explose littéralement sous l'effet de la pression engendrée, un phénomène connu sous le nom de 'flash de l'hélium'. Cette explosion force l'étoile dans une période d'expansion très rapide et expulse une portion importante de la masse de l'étoile. Après cette épopée, l'étoile retrouve une vie plus paisible et rejoint la branche horizontale, une séquence évolutive semblable à la séquence principale mais où la principale source d'énergie de l'étoile est l'hélium plutôt que l'hydrogène. Notons que l'hydrogène peut encore brûler en périphérie.

Certaines étoiles n'auront pas une masse suffisante pour permettre la fusion de l'hélium. Ces étoiles perdront une grande quantité de leur masse d'hydrogène sous forme de vents lors des phases d'expansion. Souvent, cette perte de masse se manifestera sous forme de nébuleuses planétaires. Lorsque la masse de matière éjectée cessera d'être trop opaque, on pourra découvrir au centre les restes de l'étoile.

Peu importe la façon d'y arriver, le destin des étoiles dont la masse est plus petite que $8 M_{\odot}$ est sensiblement le même : devenir une naine blanche.

Avant de passer à la section suivante, notons qu'il existe trois (3) équations supplémentaires, en plus de l'équation d'équilibre hydrostatique, pour décrire l'équilibre à l'intérieur des étoiles. Ces équations sont :

- L'équation de conservation de masse, $\left(\frac{dM_r}{dr} \right) = 4\pi r^2 \rho$. Cette équation est très standard, mais ne peut être résolue sans avoir la densité, qui, elle, dépend de l'équation d'état;
- L'équation d'état. Cette équation définit l'état de la matière dans l'étoile et établit un lien entre les variables fondamentales de densité, pression et température (volume également). Elle repose sur le caractère classique du plasma stellaire, donc dépend du caractère dégénéré, relativiste et idéal du plasma. Nous discuterons plus loin des équations d'état qui s'appliquent aux naines blanches;
- L'équation de transfert radiatif. Comme il s'agit d'une partie essentielle de l'état d'équilibre hydrostatique d'une étoile (cet équilibre n'existe que par la présence des interactions matière-lumière) et est primordiale dans la cosmochronologie, nous rediscuterons plus longuement de ce sujet dans une section ultérieure.

2.1.3 Naine blanche

La naine blanche est le stade d'évolution finale des étoiles de faible masse et de masse intermédiaire, c.-à-d. celles dont la masse est inférieure à $8 M_{\odot}$. De ce fait, elle constitue le destin de près de 97 % des étoiles de notre galaxie.

La naine blanche est appelée un cadavre stellaire parce que les réactions nucléaires qui lui permettaient de maintenir son état d'équilibre ont cessé. L'état de la matière à l'intérieur de l'étoile naine permettra quelques réactions de fusion à l'occasion, mais la spectaculaire production de chaleur qui l'animait n'est plus possible. Il ne subsiste plus suffisamment d'hydrogène et d'hélium, et la masse de l'étoile est insuffisante pour fournir la densité nécessaire à l'allumage des réactions de fusions du carbone. L'étoile est condamnée à perdre les restes d'énergie emmagasinés en son sein sous forme d'énergie thermique jusqu'à ce qu'elle « s'éteigne » du ciel.

Le principe est simple : l'énergie thermique émise par les dernières réactions est prisonnière au centre de l'étoile à cause de l'opacité de la matière. L'énergie va s'échapper lentement non seulement par l'intermédiaire du transfert radiatif, mais aussi, en parallèle par conduction (transfert d'énergie par conductivité électronique), et par convection (mouvement de matière transportant l'énergie vers la surface) dans certains cas. La convection se produit lorsque que le transfert radiatif n'est pas suffisamment efficace pour évacuer l'énergie vers la surface. Le relâchement de l'énergie dépend donc de la capacité calorifique de la matière du cœur et de l'opacité des couches externes de l'étoile. La composition chimique de l'étoile, dont nous discuterons ultérieurement, est donc un sujet très important dans la cosmochronologie.

Commençons tout de suite en situant les naines blanches dans l'espace des paramètres. La masse des naines blanches se situe entre 0.2 et $1.4 M_{\odot}$, avec une très forte majorité des étoiles concentrées autour d'un pic à $0.6 M_{\odot}$. La limite supérieure de $1.4 M_{\odot}$, nommée masse de Chandrasekhar, est la limite de masse pour laquelle la pression de dégénérescence devient insuffisante pour prévenir l'effondrement gravitationnel. Comme mentionné un peu plus haut, les étoiles de la séquence principale de moins de $8 M_{\odot}$ sont celles qui vont devenir des naines blanches. Les naines blanches les plus froides, donc les plus évoluées, ont une T_{eff} dans les environs de $4\,000\text{ K}$, alors que les plus chaudes

(connues à l'heure actuelle) ont une T_{eff} de 150 000 K. Les mesures spectroscopiques permettent de situer la gravité de surface moyenne des naines blanches à $\log g \sim 8$. La luminosité des naines blanches couvre 7 ordres de magnitude, les moins lumineuses (et toujours visibles) avec une luminosité d'environ $L \sim 10^{-4.7} L_{\odot}$, et les plus lumineuses pouvant atteindre $L \sim 10^2$ - $10^3 L_{\odot}$.

On verra un peu plus loin que la majorité des étoiles ayant eu le temps de devenir des naines blanches depuis le début de l'Univers, selon les modèles généralement utilisés, ont également la masse suffisante pour faire la fusion de l'hélium vers le carbone et l'oxygène. Pour cette raison, la majorité des naines blanches sont composées d'un cœur de carbone et d'oxygène représentant 99% de la masse de l'étoile, entouré d'une couche d'hélium ($10^{-2} M_{\star}$) et une couche d'hydrogène ($10^{-4} M_{\star}$). Le cœur est composé de matière complètement ionisée. De plus, les électrons sont dans un état dégénéré, alors que les ions sont dans un état non dégénéré. Ce sont ces ions qui 'retiennent' l'énergie thermique de l'étoile et la relâche lentement; on peut facilement comprendre que la composition chimique du cœur est donc d'une importance capitale pour le refroidissement de l'étoile. Les électrons dégénérés sont également excellents conducteurs thermiques et thermalisent le cœur de l'étoile, et dans les modèles on suppose un cœur isotherme (ou à peu près). Ce ne sont pas toutes les étoiles qui ont une couche externe d'hydrogène, du moins en apparence, c'est pourquoi on divise les étoiles en deux principaux types : DA, celles dont le spectre est dominé par l'hydrogène, et non-DA, celle dont le spectre est dominé par la présence d'hélium. Il semble qu'il existe une relation entre les types spectraux de l'étoile et son évolution. La réponse à cette énigme repose sans doute la théorie de l'évolution spectrale.

Ceci termine la section survol sur les étoiles et les naines blanches. Dans la prochaine section, nous aborderons plus en profondeur les sujets de la physique des naines blanches, la composition du cœur et l'état de la matière, la composition des couches externes, ainsi que l'opacité et le transfert radiatif.

2.2 La physique de la naine blanche

Les naines blanches sont des objets extrêmement particuliers qui constituent un excellent laboratoire pour tester les théories sur les étoiles. L'état de la matière en son sein ainsi que la composition chimique dominante généralement simple nous permettent de confronter nos théories qui ne pourraient être testées dans un laboratoire traditionnel. La cosmochronologie repose en grande partie sur cette composition puisque c'est elle qui dicte la façon selon laquelle l'étoile libérera son énergie.

Dans cette section nous aborderons les sujets ayant trait à la physique des naines blanches, de la composition chimique résultant de la création du cadavre stellaire à l'émission de l'énergie sous forme de lumière, en passant par l'état particulier de la matière qui règne dans ce type d'étoile.

2.2.1 Physique de la naine blanche et composition chimique

Nous avons déjà abordé un peu le sujet de la composition chimique de l'étoile, mais nous pousserons cette fois un peu plus loin. Les naines blanches sont issues d'étoiles de la séquence principale dont la masse est inférieure à $8 M_{\odot}$. Ces étoiles ne possèdent pas la masse suffisante pour permettre la fusion d'élément plus lourd que l'hélium. Ainsi, après la fusion de l'essentiel de l'hydrogène en hélium, l'évolution subséquente permet la fusion de l'hélium vers le carbone et l'oxygène. Ce sera la dernière étape de fusion majeure dans ces étoiles. À chaque étape majeure de l'évolution (on pense entre autres au flash de l'hélium, à la phase géante rouge et à la nébuleuse planétaire), les différents événements éjectent une partie de la masse de l'étoile. Ce sont ces étapes qui vont déterminer la composition chimique finale de l'étoile.

Les naines blanches sont donc en général composées d'un cœur fait d'un mélange de carbone et d'oxygène. Ce cœur représente environ 99% de la

masse de l'étoile. Cette forte proportion finale de la masse de carbone et d'oxygène est due à l'éjection de masse lors des phases géante rouge et nébuleuse planétaire. Ainsi, la plus grande partie de la masse initiale de l'étoile (une proportion pouvant atteindre 85 %) est perdue, et cette masse est surtout perdue sous la forme de vent de particule d'hydrogène et d'hélium, les éléments légers entourant le cœur de matière fait de carbone et d'oxygène. Les étoiles de type spectral DA (celles montrant des raies d'hydrogène dans leur spectre) sont composées d'une couche supplémentaire d'hélium, représentant environ 1% de la masse totale de l'étoile, et d'une couche d'hydrogène, entourant la couche d'hélium, représentant environ 0.01 % de la masse de l'étoile. Les naines blanches de type DA représentent environ 75 % à 80 % de toutes les naines blanches observées. Les autres étoiles (les non-DA) ne présentent pas ces raies d'hydrogène dans leur spectre, mais présentent plutôt (généralement) des raies d'hélium.

Avant de continuer sur la composition, il est important de faire une petite digression sur une propriété importante des naines blanches. Comme il n'y a plus de réactions nucléaires pour fournir la pression nécessaire à l'équilibre hydrostatique, la matière se compresse initialement sans frein sous la force de sa gravité. Lorsque la densité devient suffisante, les électrons, déjà ionisés, vont devenir dégénérés. On peut mesurer si (et quand) cet effet est important en utilisant le rapport de deux (2) quantités physiques : la longueur d'onde thermique, ou longueur d'onde de de Broglie, qui représente la dimension spatiale d'une particule en physique quantique λ_t , et la distance moyenne entre les particules λ_d , données par

$$\lambda_t = \frac{h}{(4\pi mkT)^{1/2}} \quad (2.5)$$

et

$$\lambda_d = \left(\frac{3}{4\pi n} \right)^{1/3} . \quad (2.6)$$

Si la densité est suffisante, la deuxième grandeur devient plus petite que la première. Ainsi, la dimension spatiale quantique devient plus grande que la distance qui sépare les particules, et les paquets d'ondes se recoupent. Comme deux fermions se trouvant dans un tel système ne peuvent avoir le même état, les électrons sont forcés dans un état d'énergie de translation minimum. Cette énergie minimum est bien connue sous le nom d'énergie de Fermi.

Dans les naines blanches, la densité est telle (masse de l'ordre de $1 M_\odot$ pour un rayon d'environ $0.01 R_\odot$) que la température associée au mouvement moyen des particules dans l'état minimum d'énergie (appelée température de Fermi) est beaucoup plus grande que la température du cœur de l'étoile (ou de l'étoile tout entière), si bien qu'on puisse alors faire l'approximation que dans les naines blanches les électrons sont complètement dégénérés. En effet, la formule pour la température de Fermi

$$T_f = \left(\frac{1}{2mk} \right) \left(\frac{3h^3}{4\pi g} \frac{N}{V} \right)^{2/3} \quad (2.7)$$

combinée à la densité de la naine blanche (et les paramètres cités plus haut)

$$\rho = (3/4\pi) M/R^3 \cong 10^6 \text{ g cm}^{-3} \quad (2.8)$$

donne une température de Fermi d'environ 1.9×10^9 K, beaucoup plus grande que la température du cœur, estimée à environ 10^7 K ou moins. Au contraire, les ions, découplés des électrons, ne sont pas dégénérés (puisque la longueur de de Broglie dépend de l'inverse de la masse, cet effet ne se produit que plus tard chez les ions beaucoup plus lourds).

On compare également cette distance moyenne, λ_d , à la longueur qu'on appelle distance classique d'approche minimum, λ_a , donnée par

$$\lambda_a \approx \frac{Z^2 e^2}{kT} \quad (2.9)$$

Ceci est une façon de comparer les énergies cinétiques et potentielles des électrons. Pour notre naine blanche typique, le rapport $\lambda_a/\lambda_d \ll 1$, ce qui implique qu'en plus d'être dégénéré, le gaz d'électrons peut être considéré comme un gaz parfait. Toutes ces considérations simplifient grandement le traitement de l'état de la matière dans la naine blanche.

Tout ceci pour nous amener vers un aspect très important des naines blanches (et des étoiles dégénérées). Nous supposons d'abord que la pression interne vient essentiellement de la pression de dégénérescence du gaz d'électrons. Nous supposons également (d'après nos petits calculs plus hauts) que le gaz d'électrons est parfait et complètement dégénéré.

Ces suppositions nous permettent d'écrire les équations d'équilibre hydrostatique de la façon suivante :

$$\frac{dP_r}{dr} = -\rho \frac{GM_r}{r^2} \quad (2.10)$$

$$\frac{dM_r}{dr} = 4\pi r^2 \rho \quad (2.11)$$

La pression est déterminée par l'équation d'état d'un gaz complètement dégénéré et est donnée par

$$P = \left(\frac{\pi m^4 c^5}{3h^3} \right) \left(y(2y^2 - 3)(1 + y^2)^{1/2} + 3 \sinh^{-1} y \right) \quad (2.12)$$

et

$$y = \frac{p_f}{mc} \quad (2.13)$$

Ce qui est remarquable ici, c'est que la pression est complètement indépendante de la température. C'est le résultat auquel on pouvait s'attendre, tel qu'il a été expliqué auparavant; pour un gaz de fermions complètement dégénéré, la pression de dégénérescence est beaucoup plus importante que la pression thermique. Comme la matière est complètement ionisée (dans le cœur à tout le moins), on a la relation suivante pour la densité

$$N = \frac{\rho N_0}{\mu_e} \quad (2.14)$$

où μ_e est le poids moléculaire moyen électronique de la substance. Nous ne ferons pas toutes les étapes mathématiques menant vers notre relation finale, puisque ce qui nous intéresse ici est la conclusion qu'on pourra tirer de celle-ci, mais notons quelques étapes importantes. En réarrangeant un peu les termes, on obtient

$$\left(\frac{r^2}{\rho} \right) \frac{dP}{dr} = -GM_r \quad (2.15)$$

puis on dérive par rapport à r , ce qui donne

$$\lambda_d = \left(\frac{3}{4\pi n} \right)^{1/3}. \quad (2.16)$$

En remplaçant P et ρ , et après plusieurs manipulations mathématiques ardues, on obtient l'équation suivante

$$\frac{1}{\zeta^2} \frac{d}{d\zeta} \left(\zeta^2 \frac{dz}{d\zeta} \right) = - \frac{\pi G (B / \mu')^2}{2A} (z^2(\zeta) - 1)^{3/2} \quad (2.17)$$

qu'on peut résoudre numériquement. Cette équation nous permet d'obtenir le rayon de l'étoile. On obtient la masse en résolvant l'équation

$$\frac{dz}{d\zeta} (\zeta = 0) = 0 \quad (2.18)$$

Bien que la conclusion à tirer ne saute pas aux yeux, les solutions aux deux équations précédentes nous permettent d'établir un des résultats les plus importants sur la physique des naines blanches : plus la masse de la naine blanche est élevée, plus son rayon est petit! C'est le fameux résultat obtenu par Chandrasekhar qui relie le rayon et la masse des étoiles dégénérées. Ceci permet également de conclure qu'il existe une masse maximum pour les naines blanches, masse au-dessus de laquelle la densité au centre de l'étoile est si grande que la pression de dégénérescence ne suffit plus à freiner l'effondrement gravitationnel. Cette limite correspond au moment où les électrons deviennent ultra-relativistes.

Le petit rayon de la naine blanche, environ 100 fois plus petit que le Soleil, combiné à une masse comparable à celle du Soleil donne lieu à des gravités de surface très élevées. Ceci amène un phénomène très important dans les étoiles naines blanches appelé 'tri gravitationnel' : les éléments plus

lourds 'coulent' vers le centre de l'étoile. Ce tri signifie que les éléments vont se distribuer en couches selon leur masse, avec le cœur riche en carbone (et oxygène), suivi d'une couche d'hélium et d'une couche d'hydrogène. Non seulement l'importante gravité explique-t-elle cette disposition, elle explique également le fait que les spectres observés soient très 'purs' et ne contiennent essentiellement que les raies de l'hydrogène et pas d'autres éléments, ceux-ci ayant disparu de la surface sous l'effet de l'intense gravité.

Il existe dans certaines étoiles un résidu de métallicité, bien que ces métaux soient généralement peu perceptibles à cause du tri gravitationnel. Plusieurs mécanismes peuvent expliquer la présence de métaux comme la présence de métaux dans l'étoile génitrice ou l'accrétion de matière du milieu interstellaire ou d'un compagnon dans un système binaire.

On remarque dans les spectres d'âge des 'gaps' où on ne trouve pas d'étoiles de certains types spectraux; on parle d'un gap d'étoile non-DA entre 45 000 K et 30 000 K, et un intervalle ('gap') d'étoile DA entre 6 000 K et 5 000 K. Il semble donc plausible qu'il y ait une évolution de la composition chimique des couches externes en cours de refroidissement, qu'un effet causerait une inversed population. Cette question est toujours à l'étude et la réponse se trouve fort possiblement dans la théorie de l'évolution spectrale.

2.2.2 Le cœur

La composition du cœur des naines blanches est essentielle dans l'étude de la cosmochronologie de celles-ci. Nous verrons plus loin que la détermination d'une telle composition s'avère une application possible de l'étude de la fonction de luminosité.

La naine blanche évolue en émettant l'énergie emmagasinée dans son cœur par les couches externes opaques. En fait, c'est là toute la physique de

l'évolution de la naine blanche. Comme le cœur constitue le réservoir thermique, on comprend son importance dans le refroidissement. De plus, on verra un peu plus loin que sa composition est également intimement liée à son refroidissement.

Comme expliqué plus haut, le cœur d'une naine blanche est composé principalement de carbone et d'oxygène. Le cœur influence le refroidissement de l'étoile de plusieurs façons. Premièrement, la masse du cœur, qui constitue le réservoir thermique de l'étoile, va être à l'origine de la quantité d'énergie emmagasinée dans l'étoile. Le simple fait d'avoir plus de matière pour emmagasiner l'énergie thermique permet à l'étoile de refroidir plus lentement.

Ceci n'est cependant pas vrai à toutes les étapes de l'évolution des naines blanches. Après la phase de nébuleuse planétaire, les étoiles naines blanches sont encore très chaudes, suffisamment pour qu'elles produisent beaucoup de neutrinos par le biais des interactions électrofaibles. Pour les naines blanches plus massives, qui sont aussi issues en général d'étoiles plus massives, ces réactions sont plus abondantes. Donc, dans les stades évolutifs jeunes, les étoiles perdent une grande quantité d'énergie sous forme de neutrinos. L'émission de neutrinos domine complètement cette phase évolutive; la luminosité neutrinique peut atteindre 100 fois la luminosité des photons! Il va sans dire que cette contribution des neutrinos au refroidissement doit être considérée dans les calculs évolutifs.

Lorsque l'étoile devient plus froide et s'éteint, l'émission des neutrinos devient beaucoup moins importante. L'étoile s'engage dans une période plus calme où elle émet tranquillement l'énergie emmagasinée dans le cœur en la laissant s'écouler par les couches externes opaques. Ici, la composition du cœur est très importante puisque chaque élément ne possède pas la même capacité calorifique, donc n'a pas la même énergie thermique emmagasinée. D'ailleurs, il

existe une relation bien connue pour trouver le temps de refroidissement (t_{cool}) pour une étoile de la luminosité L_1 à une luminosité inférieure L_2 :

$$t_{cool} = - \int_0^M C_v dm \int_{L_1}^{L_2} \frac{\partial T_c}{\partial L} \frac{dL}{L} \quad (2.19)$$

La première partie est l'intégrale sur la chaleur spécifique, donc l'information sur le contenu thermique de l'étoile. La deuxième partie contient la relation entre la température du cœur et la luminosité à la surface, relation obtenue en résolvant l'équation de transfert radiatif (que nous verrons dans une autre section).

Un résultat classique important fut obtenu par Mestel (1952) en faisant une série d'approximations (Fontaine, Brassard & Bergeron, 2001). Ces approximations sont (1) négliger la capacité calorifique des électrons ($C_v = C_v(\text{ions})$), (2) l'utilisation de la loi des gaz parfait pour les ions, (3) la supposition d'un équilibre strictement radiatif et (4) l'utilisation d'un modèle analytique (loi de Kramer) pour l'opacité radiative de l'enveloppe. Ces approximations ne sont pas valides pour les faibles températures qui nous intéressent, mais ceci nous permet de récupérer un résultat bien connu

$$t_{cool}^{Mestel} = A^{-1} \mu^{-2/7} M^{5/7} L^{-5/7} \quad (2.20)$$

où A est le poids moléculaire moyen de la matière du cœur. L'important est de noter ici que le temps de refroidissement varie comme l'inverse de A : la composition du cœur joue un rôle capital dans le refroidissement des naines blanches. En fait, à l'inverse, si on pouvait estimer l'âge d'une naine blanche (donc, estimer t_{cool}), il serait (sera, en fait) possible de trouver la valeur de A et d'estimer la composition chimique du cœur.

Une autre étape importante dans le refroidissement des naines blanches est la cristallisation. La cristallisation, qui est littéralement la transition de la phase liquide à solide, survient lorsque la capacité à emmagasiner l'énergie des éléments du cœur devient très petite; l'immense perte de degrés de liberté lors de la transition vers la phase solide signifie que la matière ne peut plus conserver l'énergie de façon efficace. Ce phénomène est bien compris dans le cadre du modèle de Debye de la théorie des solides en mécanique statistique quantique. Dans ce modèle, la capacité calorifique, C_v , varie comme la puissance 3 de la température, T^3 . Donc, la diminution de C_v entraîne un refroidissement ultra rapide de la naine blanche. Comme nous le verrons plus loin, ceci aura une grande influence sur la forme de la fonction de luminosité.

En fait, en dehors des approximations du modèle de Mestel, la cristallisation est le phénomène qui domine le refroidissement. Notre code devra donc tenir compte de cette étape de l'évolution. Ce qu'il faut savoir de la cristallisation, c'est qu'elle survient plus tôt chez les étoiles de plus grande masse, dont les densités centrales sont plus grandes (on se souvient de la relation masse-rayon pour les naines blanches). Elle survient également plus tôt chez les étoiles dont le cœur est composé d'éléments plus lourds, un point déterminant pour notre étude.

Dans le calcul de l'évolution, il faut pouvoir tenir compte de l'état ionisé de la matière d'une autre façon. Les électrons dégénérés sont une excellente source de conduction. En fait, le transport d'énergie dans la matière ionisée et dégénérée est principalement effectué par la conduction. C'est pour cette raison qu'on parle d'un cœur pratiquement isotherme. Comme le transfert de la radiation se fait en très grande partie par conduction, il faudra, dans le code d'évolution, inclure la présence d'un terme d'opacité 'conductive' pour tenir compte de ce phénomène.

2.2.3 Couches externes : hydrogène et hélium

Les couches externes constituent la deuxième partie importante du vieillissement des naines blanches. Les couches externes jouent un rôle essentiel dans la libération de l'énergie emmagasinée dans le cœur puisque ce sont elles qui fournissent l'opacité qui interagit avec la radiation provenant du cœur et l'empêche de s'échapper (nous verrons dans la prochaine section le rôle de l'opacité).

Tel que discuté auparavant, le cœur des naines blanches est en général entouré d'une couche d'hélium, elle-même entourée d'une couche d'hydrogène. Cependant, une minorité de naines blanches n'ont pas de couche d'hydrogène. Plusieurs raisons peuvent expliquer cette absence d'hydrogène, certaines d'ordre mécanique, comme la perte de masse dans les phases d'évolution ou perte de masse au profit d'un compagnon dans les systèmes binaires, et d'autres d'ordre évolutif, comme une évolution spectrale amenant l'hélium par-dessus la couche d'hydrogène. Cependant, par le processus de tri gravitationnel mentionné plus haut, l'hydrogène plus léger devrait se retrouver sur le dessus. Ce tri explique également la grande pureté observée dans le spectre des naines blanches.

La valeur précise de la quantité restante d'hélium et d'hydrogène dépend du détail exact des phases d'évolution. Le détail exact de ces phases peut être extrêmement complexe. Cependant, sur des bases théoriques, il est estimé que la fraction maximale d'hélium pouvant survivre au brûlage nucléaire pendant la phase nébuleuse planétaire est 10^{-2} de la masse de l'étoile, alors que la fraction maximale d'hydrogène est $10^{-4} M_*$.

Ces couches externes sont extrêmement opaques à la radiation et dictent le rythme auquel s'échappe cette dernière. Les couches sont en général partiellement ionisées, d'où la grande opacité, jusqu'à la couche externe,

l'atmosphère. L'atmosphère est une couche très mince qui représente environ $10^{-14} M_*$. Des interactions matière-rayonnement s'opèrent dans cette couche, d'où on tire la signature spectroscopique de l'hydrogène (ou de l'hélium). Ceci limite également la profondeur qu'il est possible de sonder à l'aide de la spectroscopie; les régions internes et le cœur demeurent donc cachés à nos yeux.

Le traitement de l'atmosphère est encore le sujet de nombreuses recherches. Le point le plus important dans le traitement des atmosphères est l'opacité (voir, encore une fois, la section suivante sur le transfert radiatif). L'opacité est relativement bien comprise grâce à l'électrodynamique quantique. Cependant, la grande complexité du traitement rend laborieuse son implémentation dans les codes d'évolution; c'est pourquoi on utilise souvent des tables pré-calculées d'opacité ou un traitement macroscopique plus approximatif. L'exemple fréquent d'un traitement macroscopique est l'utilisation de l'atmosphère grise. Dans l'atmosphère grise, on suppose que l'absorption est indépendante de la fréquence (d'où l'appellation atmosphère grise), ce qui n'est évidemment pas le cas dans la réalité; la mécanique quantique décrit très bien comment la matière agit avec le rayonnement en ce qui a trait à la fréquence. Cependant, l'atmosphère grise est plus simple et permet de mieux comprendre la physique, et le traitement itératif habituellement utilisé dans les codes de simulations utilise souvent une atmosphère grise comme point de départ. Les atmosphères sont utilisées comme condition frontière dans les calculs évolutifs.

L'opacité elle-même dépend principalement de 2 facteurs : la composition chimique de l'atmosphère et l'état de la matière dans l'atmosphère. Dans un état d'ionisation complète, la matière est extrêmement transparente à toutes les longueurs d'onde, alors que dans une enveloppe où il y a recombinaison l'interaction se fait principalement de façon discrète, c'est-à-dire que seules certaines longueurs d'onde interagissent fortement avec la matière. Donc, l'état de la matière va influencer le nombre de particules qui interagissent de façon

continue ou de façon discrète avec la radiation. Dans les deux cas, la composition chimique est essentielle, en premier parce que les éléments plus lourds fournissent plus d'électrons lorsqu'ils sont complètement ionisés, en deuxième parce que les niveaux d'énergie dépendent évidemment de l'atome.

La prochaine section traitera du transfert de la radiation et de l'importance de l'opacité.

2.2.4 Transfert radiatif

L'énergie émise du cœur peut parvenir à la surface de 3 façons. La conduction se produit essentiellement dans le cœur, là où il y a les électrons dégénérés, qui sont d'excellents conducteurs d'énergie. On tient compte de cela dans le traitement par le biais de l'approximation d'un cœur isotherme. La convection est un phénomène important qui apparaît dans les phases plus froides de l'évolution, et qui permet de transporter l'énergie en transportant directement une masse de matière des couches internes vers la surface. Et il y a évidemment le transport par radiation.

La lumière émise par une naine blanche provient de l'énergie thermique libérée par le cœur qui se refroidit. La radiation doit donc traverser les couches d'hélium et d'hydrogène très opaques avant de nous parvenir. Au passage, la matière interagit avec la radiation et l'absorbe, la disperse, etc. Cette interaction peut être décrite grâce à la mécanique quantique de façon très précise. Les calculs pour parvenir à la description de cette interaction sont complexes et on a souvent recours à des tables contenant les valeurs d'opacité calculées au préalable et une fois pour toutes dans les codes numériques.

L'équation du transfert radiatif décrit le transfert de la radiation à travers l'étoile. Comme il s'agit d'une facette essentielle de l'évolution, et donc du refroidissement, de la naine blanche, la prochaine section fera une description

sommaire de cette équation. On peut trouver la digression mathématique complète de l'équation du transfert radiatif dans n'importe quel livre sur les atmosphères stellaires; nous nous limiterons ici aux concepts essentiels à la compréhension.

La première quantité à définir est l'intensité spécifique. L'intensité spécifique est définie comme la quantité d'énergie radiative par unité de fréquence $\Delta\nu$, par unité de temps Δt , passant à travers un élément de surface ΔA , à l'intérieur de l'angle solide $\Delta\omega$, dans la direction θ par rapport à la normale en un point de l'élément de surface. Cette intensité spécifique prend la forme différentielle :

$$I_\nu \equiv \frac{dE_\nu}{d\nu dt (dA \cos \theta) d\omega} \quad (2.21)$$

L'intensité spécifique est un élément de base du transfert radiatif et sert au calcul d'autres éléments importants de la théorie du transfert radiatif. On définit ensuite le coefficient d'absorption. Prenons la situation suivante : un faisceau de radiation traverse une mince couche de matière. Si on suppose que cette couche n'émet pas de radiation elle-même, on trouve que la radiation qui la traverse diminue proportionnellement à trois facteurs. Le premier facteur est l'intensité de la radiation incidente, I_ν ; plus l'intensité est élevée, plus le nombre de photons incidents est important et donc plus il y aura d'interactions avec le milieu traversé. Le deuxième facteur est l'épaisseur; plus la couche est épaisse, plus il y aura d'absorbeurs, donc plus d'interactions. Le troisième facteur est la densité du milieu (gazeux dans notre cas); plus la densité est élevée, plus il y aura d'absorbeurs. Le coefficient de proportionnalité est appelé coefficient d'absorption, κ_ν . L'équation pour l'absorption prend donc la forme suivante :

$$dI_\nu = -\kappa_\nu I_\nu \rho dx \quad (2.22)$$

Il faut comprendre que l'absorption n'est pas seulement l'absorption au sens strict, c'est-à-dire la transformation de l'énergie du photon en énergie interne de l'atome absorbeur, mais aussi la diffusion (déviations) des photons. En se référant à ce qui avait été cité plus haut, on reconnaît la dépendance sur l'équation d'état dans ρ et sur la composition chimique dans κ_ν (notons aussi que κ_ν contient également de l'information sur l'équation d'état). La radiation ne sent pas les effets individuels de κ_ν , ρ et dx , mais leurs effets combinés. On est amené à définir une autre quantité importante,

$$d\tau_\nu \equiv \kappa_\nu \rho dx \quad (2.23)$$

appelée profondeur optique. En remplaçant τ_ν dans l'équation pour dI_ν on comprend mieux cette quantité. En effet, on obtient

$$I_\nu = I_\nu^0 e^{-\tau_\nu} \quad (2.24)$$

avec I_ν^0 qui représente l'intensité incidente. Ceci correspond donc à l'extinction de l'intensité de la radiation à travers la couche de matière. Ainsi, τ_ν représente la "distance" que la radiation parcourt avant de s'éteindre d'un facteur $1/e$, associé à la longueur de pénétration de la radiation dans le milieu.

Il faut également considérer que les gaz formant les atmosphères d'étoile émettent de la radiation. Donc, par la même façon utilisée pour déterminer l'extinction, on trouve que l'augmentation de radiation est proportionnelle à :

- l'épaisseur traversée
- la densité du gaz.

On écrit alors

$$dI_\nu = j_\nu \rho dx \quad (2.25)$$

où j_ν est le coefficient d'émission. Cette émission peut provenir de l'émission directe ou de la déviation d'une radiation incidente. Le rapport j_ν/k_ν a les mêmes unités que I_ν ; on appelle ce rapport fonction source,

$$S_\nu = \frac{j_\nu}{\kappa_\nu} \quad (2.26)$$

où S_ν contient les informations sur la physique du milieu traversé, d'où l'appellation source. C'est cette partie qui est difficile à calculer dans les atmosphères stellaires.

Nous avons maintenant en main tous les éléments pour construire l'équation dictant ce qui arrive à un faisceau de radiation entrant et ressortant d'une couche de gaz dans l'atmosphère. On peut donc écrire

$$dI_\nu = -\kappa_\nu I_\nu \rho dx + j_\nu \rho dx \quad (2.27)$$

En reprenant le changement de variable $d\tau_\nu \equiv \kappa_\nu \rho dx$, et en divisant par $d\tau_\nu$ de chaque côté, on trouve que

$$\frac{dI_\nu}{d\tau_\nu} = -I_\nu + \frac{j_\nu}{\kappa_\nu} \quad (2.28)$$

C'est l'équation du transfert radiatif pour une couche de matière; on utilise une version légèrement modifiée qui tient compte de la forme sphérique d'une

étoile en théorie des atmosphères stellaires. C'est cette équation qui doit être résolue dans les codes d'évolution stellaire. On voit également que la solution à cette équation du transfert radiatif nécessite la connaissance de l'opacité.

Cette opacité se retrouve sous deux formes : l'absorption et la diffusion. Dans l'absorption, la radiation est absorbée par la matière qui la transforme en énergie interne; on dit que la radiation (le photon) est 'thermalisée'. Dans la diffusion, la radiation incidente est simplement redirigée.

L'absorption est la somme de 3 contributions : les absorptions dites 'bound-bound', où la radiation absorbée permet la transition d'un électron entre 2 niveaux d'énergie interne de l'atome, les absorptions 'bound-free', où l'énergie absorbée donne suffisamment d'énergie pour ioniser l'atome, et l'absorption 'free-free' impliquant uniquement des niveaux d'énergie dans le continu. La théorie quantique nous permet de comprendre complètement l'opacité. Les calculs sont cependant laborieux, et dans un code évolutif contenant toute la structure de l'étoile il est souvent préférable d'utiliser des tables pré-calculées d'opacité pour la composition chimique qui nous intéresse. Ce sera le cas de nos codes évolutifs.

2.3 Fonction de luminosité

La fonction de luminosité est un outil précieux pour l'étude des populations d'étoiles. En fait, à cause de l'absence de production d'énergie et des paramètres relativement restreints des naines blanches, il s'agit d'un outil de choix en cosmochronologie.

La fonction de luminosité représente le nombre d'étoiles d'une luminosité donnée, toutes masses d'étoiles confondues, par unité de volume d'espace (généralement le parsec³). Comme les naines blanches se refroidissent et ne produisent plus d'énergie, on peut s'attendre à ce que le nombre d'étoiles de

plus faible luminosité augmente avec l'âge de la population à l'étude. La fonction de luminosité est donc un outil pour déterminer l'âge d'une population d'étoiles. Cependant, à cause du contenu de l'équation de la fonction de luminosité, il n'est pas toujours possible de déterminer l'âge.

La fonction est définie comme suit :

$$n(L) = \int_{M_i}^{M_u} \frac{dt_{cool}}{dM_{bol}} (L, M[m_{wd}]) \times \psi[t - t_{cool}(L, M[wd]) - t_{ms}(M)] \times \phi(M) dM$$

L'intégrale est faite sur l'éventail de masses choisi entre les étoiles génitrices ou les étoiles naines blanches. Le premier élément, dt_{cool}/dM_{bol} , la dérivé du temps de refroidissement par rapport à la magnitude bolométrique, est intimement lié au temps de refroidissement. Comme discuté auparavant, ce dernier dépend de plusieurs facteurs : composition chimique du cœur, composition chimique des couches externes, masse, luminosité, émission de neutrinos, etc. À cause de l'opacité des couches externes, il est impossible de déterminer la composition interne, et donc l'âge d'une population ne peut être déterminé si on ne fait pas quelques suppositions sur la composition des étoiles. L'élément ψ est le taux de formation stellaire, que nous choisirons un peu plus tard. L'élément $\phi(M)dM$ est la fonction de masse initiale (nous verrons sa forme un peu plus loin).

On peut cependant imaginer un processus inverse. S'il nous était possible de déterminer l'âge d'une population d'étoiles par une méthode indépendante, il serait alors possible de déterminer la composition chimique de l'étoile. Il est possible d'assigner une quantité maximale d'hélium ou d'hydrogène restant dans l'étoile, selon les théories sur le brûlage lors des phases de nébuleuse planétaire, et connaissant la masse par l'intermédiaire de techniques alternatives (spectroscopie par exemple) et la luminosité par l'observation, il ne reste qu'un élément à déterminer : la composition du cœur (en

se référant au modèle de Mestel dans la section 2.2.2). Heureusement pour nous, il existe effectivement une telle technique pour déterminer l'âge d'une population stellaire d'un amas : la méthode du 'turn-off' associée à l'époque dans la vie d'une étoile où elle quitte la séquence principale, où elle 'décroche'. Nous utiliserons les résultats de récentes observations utilisant cette méthode dans la section 3 : Analyse.

Dans les sections qui suivent, nous allons décrire les éléments qui composent la fonction de luminosité. Ces éléments sont : le taux de refroidissement, le taux de formation stellaire, la fonction de masse initiale ('initial mass function') et le rapport entre la masse de la naine blanche et la masse de l'étoile génitrice ('initial-to-final mass ratio').

2.3.1 Fonction de masse initiale

La fonction de masse initiale définit la quantité d'étoiles créées en fonction de la masse. La multitude de phénomènes dont on doit tenir compte pour modéliser la création d'étoile nous empêche de construire un modèle analytique; chaque formation possède des paramètres particuliers à chaque création d'étoile, basés sur l'évènement qui crée l'effondrement. Cette fonction est donc déterminée de façon empirique en se basant bien sûr sur les observations. La mieux connue de ces fonctions est celle de Salpeter,

$$\phi = M^{-2.35} \quad (2.29)$$

où M est en unités de M_{\odot} . Cet ajustement sous forme de loi de puissance indique qu'il y a plus d'étoiles de faibles masses créées que d'étoiles plus massives. Cela semble logique puisqu'il est vraisemblable que la masse nécessaire pour créer les plus petites étoiles soit plus facile à assembler. Il existe plusieurs autres ajustements appliqués au cas particulier d'une population

d'étoiles choisie. Cependant, la fonction de Salpeter demeure un excellent choix général.

2.3.2 Relation masse initiale – masse finale

Cette fonction relie la masse de la naine blanche à la masse de l'étoile de la séquence principale dont elle est issue. Ici, l'incertitude sur le taux de réactions nucléaires nous empêche de construire une fonction analytique. On doit donc recourir à une détermination empirique de la fonction reliant la masse initiale et la masse finale en se basant sur les observations appuyées par les théories sur la fusion nucléaire.

Le taux de fusion dépend de la température, de la densité, de la composition chimique et aussi du détail de la structure des noyaux impliqués (qui est souvent très compliqué). Mais le véritable problème, c'est que les énergies en jeux dans les étoiles sont en général beaucoup plus basses que les énergies d'excitation nucléaire utilisées en laboratoire, même dans les cas des accélérateurs à basse énergie. Ceci signifie qu'il faut extrapoler les résultats expérimentaux disponibles pour couvrir la plage d'énergie impliquée. Cette extrapolation vers les basses énergies est la plus grande source d'erreur dans le calcul du taux de réaction.

Pour ces raisons, il est préférable d'utiliser une formule qui s'adapte bien aux observations, tout en gardant en tête les modèles sur les réactions.

Une des façons de déterminer cette relation pour des cas particuliers, par exemple une région particulière de la galaxie ou un amas particulier, est de tenter d'estimer, à l'aide de l'observation, la quantité de matière relâchée dans le milieu interstellaire environnant. Cette quantité de matière, en plus de la masse du cadavre stellaire, est en effet un bon indicateur de la masse de l'étoile

originale. P.D. Dobbie et al. (1988) présente un exemple de cette façon de procéder pour les étoiles de l'amas ouvert Praesepe.

Cette relation masse initiale/masse finale va fixer la masse maximale des naines blanches que nous devrons utiliser. Nous appellerons cette relation IFMR pour 'Initial-to-final mass ratio' telle qu'on la retrouve dans la littérature. Nous verrons dans le chapitre 3 la relation IFMR que nous utiliserons pour notre fonction de luminosité.

2.3.3 Taux de refroidissement

Le prochain élément de la fonction de luminosité, le plus important et celui qui nécessite nos précieuses simulations, est le taux de refroidissement. Le taux de refroidissement indique la vitesse à laquelle les étoiles atteignent les plus faibles luminosités et donc dicte la forme de la fonction de luminosité. Dans la fonction on utilise l'inverse de la dérivée du taux, mais le besoin demeure le même : il faut pouvoir décrire le refroidissement de la naine blanche dans le temps. Comme mentionné plus haut (modèle de Mestel par exemple), il est possible de trouver un modèle analytique, mais ceci nécessite des approximations qui ne s'appliquent pas à toutes les époques de l'évolution. Pour cette raison, il est nécessaire de construire un code numérique qui décrit l'évolution de la naine blanche. Ce code a été construit par Brassard & Fontaine. On trouve certains détails sur le code et les fonctions particulières utilisées dans l'article de 2001 de Fontaine, Brassard et Bergeron.

Ce code résout les équations de la structure, soit les quatre (4) équations mentionnées dans la section 2.1.2. On rappelle que ces équations sont 1) l'équilibre hydrostatique, 2) l'équation de génération d'énergie, 3) l'équation du transfert radiatif et 4) l'équation de la conservation de masse.

En plus de ces quatre équations, on doit tenir compte d'une multitude de phénomènes additionnels.

- La convection s'installe lorsque le gradient de température est trop fort, plus élevé qu'une valeur critique (critère de *Schwarzschild*). Dans ce cas, le mouvement de masse de matière chaude vers un milieu extérieur plus froid devient plus efficace pour évacuer l'énergie que le transfert d'énergie par radiation. Le code va donc tenir compte de la convection si nécessaire. La convection produit un effet très important sur le refroidissement en l'accéléralant. Lorsque la convection s'installe, il peut se créer un contact thermique entre le cœur et les couches externes augmentant la perte d'énergie de la région interne.

- La production de neutrinos, surtout dans les phases chaudes de nébuleuse planétaire et au début de la vie (ou plutôt la mort) de la naine blanche, est également une source importante de refroidissement. La luminosité neutrinique dans les phases chaudes peut atteindre 100 fois la luminosité visible.

- Le brûlage nucléaire résiduel de l'hydrogène et l'hélium, qui peut continuer de se produire dans les phases chaudes, peut également changer l'évolution. Cette fusion produit une énergie supplémentaire et ralentit l'évolution initiale, ce qui change légèrement la donne.

- La cristallisation, dans les phases plus froides, vers la fin de la vie de l'étoile, produit un changement substantiel dans le taux de refroidissement si on le compare avec le taux à d'autres époques. D'abord, la cristallisation du cœur entraîne la libération d'énergie latente (environ 1 kT par ion), ce qui crée un ralentissement dans le refroidissement. Puis la cristallisation des couches externes diminue l'opacité et permet à la radiation de s'échapper plus rapidement, accélérant le refroidissement de façon grandiose. La cristallisation du cœur signifie également la perte de degrés de liberté et la diminution importante de la capacité à stocker l'énergie, comme discuté plus haut. À la fin, il ne reste plus qu'une masse dure, cristallisée et inerte, n'émettant pratiquement plus aucune radiation.

- La diffusion des éléments au cours de l'évolution. Les éléments comme le carbone et l'oxygène peuvent migrer dans le noyau au cours de l'évolution, et il peut être important d'en tenir compte.

Il existe également plusieurs fonctions d'état possibles, avec chaque modèle raffinant un modèle précédent. Dans le cas présent, il est plus facile d'utiliser une équation d'état sous forme de table en utilisant une table pour chacun des éléments d'intérêt, soit H, He, C et O. Chaque région de l'étoile (l'atmosphère, la couche externe et le cœur) est décrite de façon différente pour tenir compte de la physique différente tout en conservant une certaine simplicité.

L'opacité est également calculée sous forme de table. La table utilisée est OPAL pour presque toute la simulation, avec des opacités de Rosseland calculées pour des températures faibles. Nous verrons dans la section 3 les détails exacts des paramètres utilisés dans les simulations.

Le code simule l'évolution, ou le refroidissement, de la naine blanche en résolvant à chaque pas de temps les équations mentionnées plus haut. L'étoile est divisée en une multitude de couches, avec chaque interface entre les couches utilisées comme conditions frontières pour les équations de la couche. On peut ainsi créer 1200 couches (par exemple) pour y écrire les équations et résoudre pour toutes ces couches. Chaque couche constitue un modèle entier, chacune contenant des valeurs de L , T , ρ , etc.

Le code nous permet en fait d'obtenir L en fonction de t . On doit donc obtenir la dérivée puis inverser la relation pour obtenir la valeur que l'on cherche dans l'intégrale. L'élément qui apparaît dans la fonction de luminosité est dt_{cool}/dM_{bol} , qu'on peut relier à dL/dt_{cool} par la relation suivante :

$$\frac{dt_{cool}}{dM_{bol}} = \left(\frac{-2.303}{2.5} \right) \left(\frac{1}{L} \frac{dL}{dt} \right)^{-1}. \quad (2.30)$$

2.3.4 Taux de création

La dernière partie de la fonction de luminosité qui nous intéresse est le taux de création des étoiles. On peut faire face à deux situations : un taux continu de formation, comme c'est le cas en général dans le disque galactique, et un taux instantané de création, ou plutôt un 'burst', ou on suppose que toutes les étoiles sont créées en même temps (c'est la supposition pour les amas). Cette partie de la fonction est très simple à implémenter dans le code; 1 pour un taux continu, et une fonction $\delta(t)$ pour un 'burst'. Nous verrons dans la description du code de fonction de luminosité les étapes à suivre pour trouver les valeurs de masse/luminosité/temps qui contribuent à la fonction.

2.4 Amas et autres régions

Les régions d'étoiles que l'on observe sont le lieu de deux types de taux de formations : formation continue dans les disques galactiques, où on suppose que les étoiles sont formées à un certain taux, et les amas, où on suppose que toutes les étoiles de la population sont formées en même temps (ou à peu près). Dans le cas des amas, la supposition que l'âge des étoiles est la même permet entre autres, en se basant sur la méthode du 'turn-off', de déterminer cet âge. Cette méthode consiste à déterminer d'abord la masse des étoiles de la population (en utilisant la spectroscopie, par exemple). En se basant sur les théories reliant la masse de l'étoile à sa durée de vie sur la séquence principale (on se souvient que les étoiles plus massives évoluent plus vite), on peut alors associer un âge à l'amas en regardant quelle est l'étoile la plus massive encore sur la séquence principale.

Dans le cas d'un amas, le taux de création est un delta en temps plutôt qu'un taux de formation continue, comme discuté auparavant. Ceci représente le fait que toutes les étoiles sont créées en même temps, à un âge donné.

2.5 Le code de fonction de luminosité

Ce code constitue l'un des deux objets principaux du mémoire, l'autre étant l'application du code au cas particulier de l'amas M67.

Le code est construit en trois étapes. La première consiste à simuler un ensemble de modèles de naine blanche de différentes masses et composition chimique. La deuxième consiste à interpoler les résultats des simulations pour obtenir une grille de valeur. Ces valeurs servent en fait à faire les calculs plus rapidement en allant chercher les valeurs requises à l'intérieur de cette grille pour le calcul de la fonction de luminosité. La troisième étape consiste à calculer l'intégrale de la fonction de luminosité.

La première étape est couverte par le code de Pierre Brassard et Gilles Fontaine. On simule l'évolution de différents modèles de masses comprises entre 0.2 et $1.4 M_{\odot}$, en faisant varier la composition chimique du cœur. Nous verrons dans la section 3 quels sont les paramètres exacts pour les simulations.

Pour la deuxième partie, on doit construire un code qui va prendre les valeurs fournies par les simulations et interpoler dans les trois plans de l'espace L - M - t . La méthode d'interpolation choisie est celle du 'spline'. Il est ensuite possible de trouver la dérivée dL/dt en n'importe quel point en utilisant les coefficients C calculés par cette méthode et en construisant une fonction analytique entre tous nos points pour obtenir la dérivée de façon analytique. On génère donc des fonctions continues dans les plans L - t , L - M et t - M . Pour trouver le point exact qui nous intéresse, que ce soit masse, luminosité ou temps, il suffit d'utiliser une méthode pour inverser la relation cubique (comme la méthode Newton-Raphson). On peut alors trouver la valeur ou la dérivée aux points nécessaires.

L'intégrale est la partie la plus importante de la fonction. On détermine d'abord l'éventail de luminosité qui nous intéresse. Pour chaque luminosité on effectue le calcul de l'intégrale sur l'éventail de masses prédéterminées. On doit également ajouter un critère sur le temps. La masse maximum est déterminée par la masse maximum de l'étoile génitrice et la fonction IFMR, mais la masse minimum doit être déterminée par le temps; on doit regarder si l'étoile a eu le temps nécessaire pour refroidir à la luminosité qui nous intéresse, ou même si elle a eu le temps de devenir une naine blanche! Pour ce faire, on doit introduire un élément supplémentaire, qui est le temps de vie sur la séquence principale. Comme les étoiles de masse plus faible évoluent plus lentement et passent plus de temps sur la séquence principale, elles n'auront pas toutes le temps de devenir des naines blanches. Ceci nous permettra de trouver la masse minimum qui va contribuer à l'intégrale pour chaque luminosité.

L'intégration s'effectue donc de la façon suivante. On fixe l'âge que l'on veut attribuer à la population. On crée une boucle sur tous les points de luminosité. Pour chaque point de luminosité, on trouve l'intervalle dans lequel se trouve la valeur de L nous permettant ainsi de choisir les bons coefficients C calculés à partir des splines. On doit trouver l'âge de l'étoile de masse M pour savoir si elle est plus vieille que notre population (c'est une autre façon de voir si l'étoile a le temps de refroidir jusqu'à la luminosité L à l'intérieur du temps $t < \text{âge}$). On utilise une méthode Newton-Raphson pour inverser la relation cubique avec les C calculés pour les 'splines' et la valeur L pour obtenir t . On dérive la fonction obtenue par spline de façon analytique à partir de l'équation décrite plus haut, puis on calcule sa valeur au temps t , nous permettant ainsi d'obtenir $dt_{\text{cool}}/dM_{\text{bol}}$. Ensuite, pour chaque point de luminosité on calcule le produit des nos fonctions ϕ, ψ , $dt_{\text{cool}}/dM_{\text{bol}}$ et du taux de création par l'élément infinitésimal de masse dM , puis on somme sur toutes les contributions. Ceci nous donne n pour une luminosité particulière, et on recommence pour chaque luminosité pour obtenir $n(L)$; cette valeur est obtenue pour un âge particulier, on recommence

autant de fois qu'il est nécessaires pour obtenir $n(L)$ pour différents âges de population.

Dans le cas d'un taux de formation continue, on normalise de façon arbitraire pour pouvoir faire les comparaisons. On note que la fonction est insensible à l'âge pour les luminosités élevées, mais la forme de la fonction diffère largement pour les faibles luminosités (en deçà de $L/L_{\odot} = 10^{-4}$); c'est cette importante distinction entre les différentes courbes qui nous permet de déterminer l'âge des populations.

Ceci termine la section théorie du mémoire. Dans la section analyse, on reprend les thèmes de la section théorie en spécifiant ce qui s'applique à notre fonction en particulier et à nos simulations.

Chapitre 3

Section Analyse

Cette section fera le détail du calcul de la fonction de luminosité. Comme spécifié dans la section 2.5, la fonction de luminosité est construite de façon numérique. Nous discuterons des éléments constituant notre fonction de luminosité en reprenant les thèmes de la section 2. Nous rediscuterons de points importants du code de la fonction de luminosité.

3.1 Étoiles génitrices

Tel que mentionné dans la section 2.1, les étoiles dont le destin est de devenir naine blanche sont les étoiles de plus faible masse, ayant des masses initiales pouvant atteindre jusqu'à $8 M_{\odot}$. Nos étoiles génitrices sont donc des étoiles dont les paramètres de masse se situent entre $0.1 M_{\odot}$ (les plus petites étoiles possibles) et $8 M_{\odot}$. Cependant, la masse des naines blanches les moins massives sera en fait déterminée par le critère cité dans la section 2.5 concernant l'âge minimum. On verra dans la section 3.3.2 que nous déterminons quelles sont les masses maximum et minimum pour les naines blanches que nous utiliserons dans le calcul par le biais de la relation masse initiale – masse finale (IFMR).

3.1.1 Formation et évolution

Les détails exacts de la formation et l'évolution des étoiles qui engendrent nos naines blanches ne nous intéresseront pas pour la simulation du refroidissement des naines blanches. Nous tiendrons plutôt compte de ces détails par l'attribution des paramètres initiaux de nos simulations.

3.1.2 Fin d'une époque

Les détails exacts sur la fin de la vie des étoiles, avant d'atteindre le stade naine blanche, vont dépendre du modèle d'évolution que l'on veut adopter. On pourrait par exemple inclure les éléments de systèmes binaires, moment angulaire, la présence d'un système de satellites, etc. Au lieu de tenter d'expliquer à l'aide de modèles compliqués tous les phénomènes survenant durant la vie d'une étoile, on intègre ces considérations par le biais des autres paramètres. Nous déciderons donc la température initiale, de la contribution des neutrinos, de la masse des couches d'hydrogène et d'hélium et de la métallicité résiduelle, et du brûlage de l'hydrogène et de l'hélium. C'est de cette façon que

nous tiendrons compte des différents évènements pouvant survenir dans les stades finaux de l'évolution et influencer le cadavre stellaire.

3.1.3 Nos naines blanches

Notons tout d'abord que nos naines blanches seront toutes de type DA, c'est-à-dire dont le spectre montre de fortes raies d'hydrogène. Ces étoiles représentent la grande majorité (de 75% à 80%) de toutes les naines blanches connues.

Les naines blanches dont nous allons simuler le refroidissement vont avoir des masses entre 0.4 et 1.2 M_{\odot} . De plus, à cause de l'âge attribué aux populations, allant parfois jusqu'à 13 milliards d'années, et de la relation IFMR, la naine blanche la moins massive qui contribuera à la fonction de luminosité aura une masse de 0.42 M_{\odot} , alors que la plus massive aura une masse de 1.087 M_{\odot} .

Nous attribuerons une masse de départ de $10^{-2} M_{\odot}$ pour l'hélium, et $10^{-4} M_{\odot}$ pour l'hydrogène. Nous n'inclurons pas de métallicité dans nos étoiles, pour garder les modèles simples. La supposition de base est que cette métallicité n'aura qu'une petite influence sur le temps d'évolution et qu'il n'est pas essentiel d'en tenir compte pour nos modèles. Il pourrait être néanmoins intéressant dans tenir compte dans les futurs modèles.

La température initiale va varier entre 65 000 K et 47 000 K. Les modèles de plus faible masse créent des instabilités dans le code de simulation quand on leur attribue une trop grande température de départ, et le code n'arrive pas à simuler de telles étoiles. Pour une masse de 0.4 M_{\odot} , on utilise une température de départ de 47 000 K. On augmente progressivement la température avec la masse en s'assurant que le code est capable de faire la simulation. Il n'y a pas de façon exacte de faire cela, il faut s'ajuster à chacune des simulations pour les différentes combinaisons de compositions chimiques du cœur et de masse.

Le cœur est composé d'un mélange carbone-oxygène allant de la composition C pure à O pure. Nous ferons donc des mélanges C-O de 0 % d'oxygène, 50 % d'oxygène et 100% d'oxygène. Nous pourrions ainsi déterminer dans quel intervalle de composition se situe le cœur de nos étoiles, et ainsi raffiner nos simulations pour obtenir un modèle plus approprié pour les étoiles de M67 et en déterminer la composition. On pourra également utiliser une simple interpolation pour donner un premier estimé de cette composition.

3.2 Physique de la naine blanche

Pour faire les simulations, il faut faire quelques suppositions sur la physique constitutive de la naine blanche. Il faut choisir une équation d'état, l'opacité à utiliser, le type d'atmosphère, et les phénomènes à inclure dans les différentes étapes de l'évolution.

Nous allons donc inclure dans les modèles chauds ($T > 40\,000\text{ K}$) le refroidissement par les neutrinos. Comme cité auparavant, la luminosité neutrinique est quelques ordres de grandeur plus grande que la luminosité électromagnétique dans les étapes chaudes de la vie de la naine blanche. Le terme des neutrinos deviendra rapidement négligeable. Cependant, sa contribution est essentielle au début de la 'vie' du cadavre stellaire.

On tiendra également compte de la convection dans le code, puisqu'il s'agit également d'une étape très importante. Il existe quelques théories pour traiter le mélange convectif, basé sur la longueur de mélange, et il nous suffit d'en choisir une pour nos simulations. Nous ferons un traitement du milieu optiquement mince, c.-à-d. un milieu où est τ_v grand.

Il est impératif d'inclure le traitement de la cristallisation puisque cette étape change le refroidissement de façon significative. En fait, ce phénomène va

complètement dominer dans les stades avancés de l'évolution. L'inclusion de cet élément est ce qui permet au code de se démarquer des autres codes d'évolution.

Nous devons choisir les équations d'état pour nos éléments. Le code utilise 4 tables de valeurs thermodynamiques, une pour chaque élément, divisées en 3 régions du plan ρ - T . Ces régions et les équations d'états utilisées sont entièrement décrites dans l'article de Fontaine, Brassard et Bergeron (2001). Nous faisons le choix d'un type d'équation d'état pour toute l'étoile. Dans nos simulations, nous utiliserons l'équation d'état de Saumon-Chabrier-Van Horn (1995).

Les autres éléments importants sont décrits dans les sections qui suivent.

3.2.1 Composition chimique

Tel qu'il a été discuté plus haut, la composition chimique de nos étoiles ne va varier que dans le cœur, en gardant les couches externes dans une proportion constante, soit 10^{-4} M \star pour l'hydrogène et 10^{-2} M \star pour l'hélium. Il s'agit de la façon la plus directe de vérifier l'effet de la composition du cœur sur le refroidissement des naines blanches. Nous n'incluons pas de brûlage nucléaire pour ces deux composantes.

3.2.2 Composition du cœur

Pour illustrer les effets de la cristallisation, on simule une série de 5 modèles de masses différentes mais de même composition chimique. Dans la figure 1, on montre l'évolution de 5 naines blanches de masses différentes. L'évolution se fait dans le plan Luminosité-Température effective, comme le diagramme Hertzsprung-Russell. On ajoute sur les courbes les isochrones, des courbes d'âge constant. Ceci nous révèle une information importante. On peut

voir ce phénomène par le biais des isochrones, en remarquant que l'étoile plus massive (en bas) arrive à des luminosités beaucoup plus basses que l'étoile moins massive (la droite la plus haute) pour un même âge. Comme expliqué auparavant, les étoiles de plus grandes masses ont un plus petit rayon et donc une densité plus grande au centre. Ceci amène la cristallisation dans l'étoile à une époque plus jeune pour les étoiles de plus grande masse.

Il faut aussi tenir compte que la matière est entièrement ionisée dans le cœur. On en tient compte de deux importantes façons : l'équation d'état et l'opacité conductive. L'équation d'état est celle de Lamb, à laquelle s'ajoutent quelques termes électroniques.

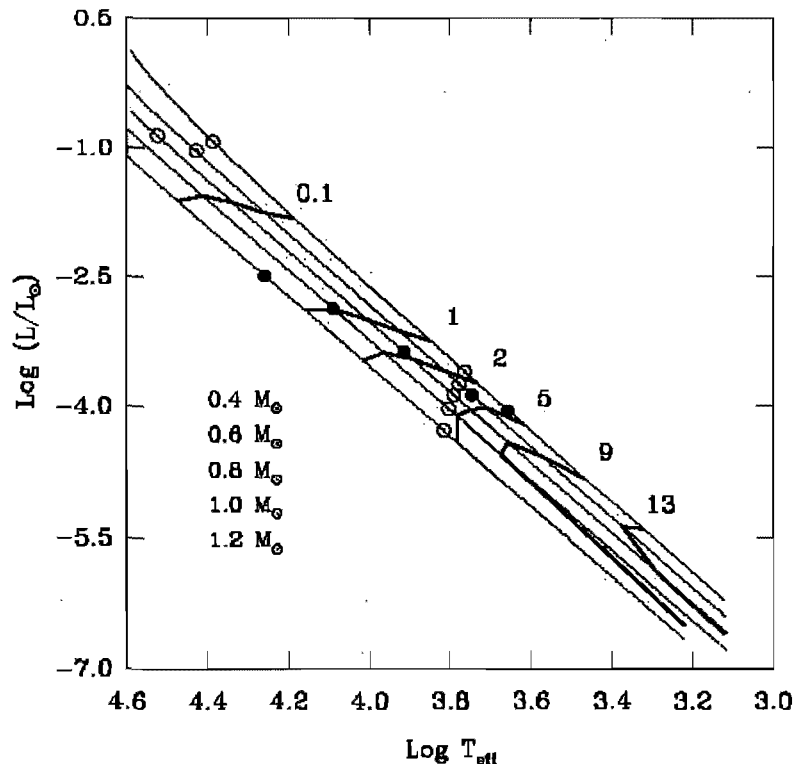


Figure 1 : Courbe d'évolution de 5 étoiles de masse différente ($M=0.4, 0.6, 0.8, 1.0, 1.2$, de haut en bas) d'étoile naines blanches de type DA dans le diagramme H-R. Les lignes plus larges représentent les isochrones (courbe de même âge) avec les nombres associés représentant l'âge en milliard d'années. Les cercles noirs représentent le début de la cristallisation dans le cœur de l'étoile. Les cercles ouverts dans les hautes luminosités représentent le passage de la phase de refroidissement par les neutrinos à la phase de refroidissement thermique. Les cercles ouverts dans les faibles luminosités représente le début de mélange convectif entre la surface et le cœur de l'étoile. Tiré de l'article de Fontaine et al. 2001.

L'opacité conductive pour ça part tient compte du fait que le transport d'énergie se fait principalement par conduction dans le cœur (c'est le phénomène dominant). Nous utilisons une opacité conductive pour une composition 'pure', sans la présence de métaux.

3.2.3 Couche externes

Les couches externes contiennent deux éléments très importants qu'il faut sélectionner pour les simulations; l'opacité et l'atmosphère. Dans toutes les simulations, nous prendrons une atmosphère grise, sans diffusion. La diffusion pourra être ajoutée dans des modèles subséquents. On utilise pour l'opacité les tables pré-calculées QUASI, contenant les tables d'OPAL plus les opacités quasi-moléculaires.

3.2.4 Transfert radiatif

Comme mentionné auparavant, il y a 3 modes de transfert d'énergie : conduction, convection et radiation. On a déjà mentionné les paramètres importants pour le transfert radiatif que nous allons utiliser pour la simulation : atmosphère grise, opacité QUASI, traitement de la convection par la théorie de longueur de mélange avec $\alpha=0.6$, traitement du milieu optiquement mince à la Brassard, un modèle particulier du créateur du programme. Le facteur $\alpha=0.6$ est simplement une "saveur" standard dans la théorie de la longueur de mélange dans les codes d'évolution stellaire.

3.3 Fonction de luminosité

3.3.1 Fonction de masse initiale

La plus célèbre forme de la fonction de masse initiale, et celle utilisée dans notre programme, est la fonction de masse initiale de Salpeter (1955). Cette

fonction est celle donnée dans la section 2.3.1. Il existe de nombreuses études sur la fonction de masse initiale présentant d'autres ajustements pour différentes régions du ciel (notre galaxie par exemple), mais la fonction de masse initiale de Salpeter représente l'ajustement le plus général (voir Chabrier, 2003 et Scalo, 1998).

3.3.2 Relation masse initiale – masse finale

La relation IFMR utilisée pour notre fonction de luminosité est

$$m_{wd} = 0.4e^{0.125M}$$

Ici, m_{wd} est la masse de l'étoile naine blanche et M est la masse de sa génitrice. Cette relation ne s'applique pas à un cas particulier, comme expliqué en section 2.3.2, mais est plutôt générale. Cette relation semi-empirique se base sur les observations et la théorie sur l'évolution stellaire.

Cette relation, couplée à la limite de masse de $8 M_{\odot}$ que nous nous sommes donnée pour les étoiles de la séquence principale, nous donne une limite supérieure de $1.087 M_{\odot}$ pour nos naines blanches contribuant à notre fonction de luminosité. Bien qu'il ne s'agisse pas là de la motivation de ce choix, ceci nous permet de rester loin de la limite de la masse de Chandrasekhar et d'éviter les problèmes de stabilité dans les modèles simulés. Nous simulerons néanmoins des modèles plus massifs pour nous assurer de bien faire les interpolations servant à construire les grilles de masse-temps-luminosité.

3.3.3 Taux de refroidissement

Cette partie contient les calculs importants effectués à l'aide du code d'évolution de Brassard et Fontaine. Comme discuté auparavant, les simulations sont pour une composition particulière en faisant varier la masse de 0.2 à 1.3

M_{\odot} , en intervalle de 0.1 jusqu'à 0.4 M_{\odot} , puis en intervalle de 0.05 M_{\odot} jusqu'à 1.3 M_{\odot} . On fait toutes ces simulations pour les compositions de cœur 100 % C, 50 % C – 50 % O, 0 % C – 100 % O. Une fois les simulations terminées, on génère les grilles des valeurs pour les plans masse-temps, masse-luminosité et temps-luminosité à l'aide d'interpolations en 'splines'. À partir de ces grilles, on peut trouver dans le plan temps-luminosité la pente au point de luminosité qui nous intéresse en utilisant les coefficients des 'splines' calculés dans l'intervalle des points de luminosité initiaux. On trouve le point de temps exact associé à cette luminosité en utilisant la méthode de Newton-Raphson pour inverser une relation cubique. On peut trouver dL/dt de cette façon. On utilise ensuite la formule reliant dL/dt_{cool} et $dt_{\text{cool}}/dM_{\text{bol}}$ citée à la section 2.3.3.

3.3.4 Taux de création

On utilise un taux continu de création pour notre fonction, avec $\phi = 1$. Il serait possible d'implémenter un taux de formation sous forme de fonction delta pour simuler le 'burst' de formation d'un amas, dans lequel on suppose que les étoiles d'un amas sont formées en même temps.

3.3.5 Autres facteurs

Les bornes d'intégration sont également importantes. La borne supérieure est fixée par le choix de la masse limite des étoiles progénitrices, dans notre cas 8 M_{\odot} , et le choix de la relation IFMR; notre borne supérieure pour l'intégrale est donc 1.087 M_{\odot} . La borne inférieure est fixée par l'âge de la population dans le cas du taux continu. Comme discuté auparavant, les étoiles moins massives évoluent plus lentement. Même si la quantité de carburant nucléaire est plus petite dans le cas de ces étoiles, le taux beaucoup plus faible des réactions nucléaires fait plus que compenser pour cette plus petite taille, si bien que les étoiles moins massives vont prendre plus de temps à atteindre la fin de leur vie sur la séquence principale. Pour illustrer cet effet, on doit également

utiliser une relation entre le temps passé sur la séquence principale et la masse d'une étoile. Cette relation prend la forme

$$t_{ms} = 10M^{-2.5} \quad (3.1)$$

où t_{ms} est le temps passé sur la séquence principale. On trouve ainsi que, avec l'âge estimé de l'univers, la plus petite masse pour une naine blanche est 0.4 (toujours en unité de masse solaire). On conserve tout de même les simulations pour de plus petites masses pour les interpolations et les calculs pour des âges plus grands que l'âge actuel de l'univers.

3.4 Les résultats

La figure 2 montre le résultat d'un calcul de fonction de luminosité pour une étoile dont le cœur est composé uniquement de carbone, pour un âge allant de 8 à 16 milliards d'années, en incréments de 1 milliard. Chaque courbe représente la dépendance de $n(L)$ sur la luminosité pour un âge donné.

On remarque que la forme de la partie montante de la courbe est indépendante de l'âge. Le maximum pour l'éventail d'âges utilisés se situe autour de $10^{-4} L_{\odot}$. Cette forme unique de montée est attribuable, entre autres, au fait qu'on utilise une fonction de création continue (taux de création). La forme n'est pas dépendante de l'âge, mais la valeur absolue l'est; un taux continu suppose que les étoiles continuent de se créer et donc de peupler la région observée, si bien que la valeur absolue $n(L)$ est plus grande pour un plus vieil amas. Pour pouvoir comparer adéquatement les courbes nous avons normalisé, avec le choix arbitraire de $\text{Log } n(L) = 1.4$ à $10^{-3} L_{\odot}$.

Ce qui est important de remarquer, c'est que les courbes ont la même forme jusqu'au maximum (encore une fois, autour de $L = 10^{-4} L_{\odot}$), indépendamment de

l'âge attribué à la population. Évidemment, en deçà d'un certain âge, comme nous verrons dans le calcul pour M67, la courbe va retomber avant ce maximum. Mais pour tous les âges de cette simulation, on remarque que c'est la deuxième partie de la courbe, la partie après ce maximum, qui varie en fonction de l'âge. En fait, le facteur important vient du fait que plus la population est vieille, comme expliqué auparavant, plus il y a d'étoiles qui ont le temps de refroidir.

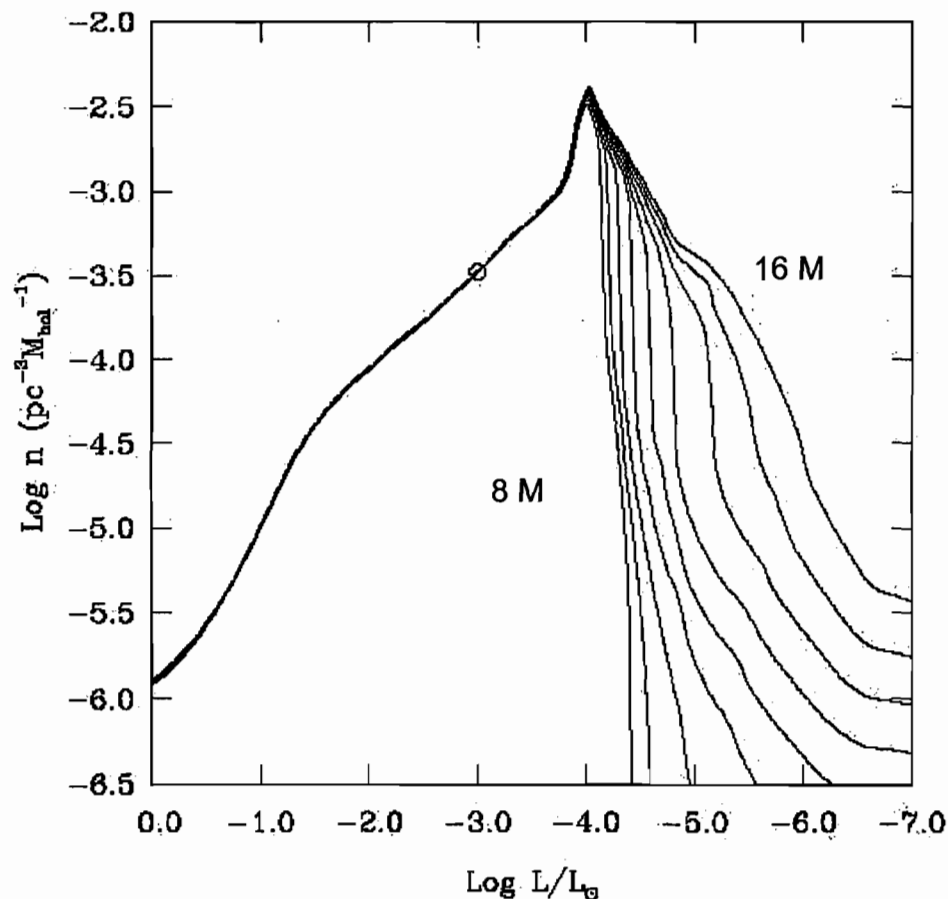


Figure 2 : Fonction de luminosité pour naines blanches (100% Carbone) pour des âges allant de 8 à 16 milliards d'années en incrément de 1 milliard d'années. Le point représente le point où s'effectue la normalisation. La forme des courbes montre peu de dépendance sur l'âge dans la partie ascendante, mais une très forte dépendance dans les faibles luminosités. Tiré de l'article de Fontaine et al. 2001.

Le point situé sur la courbe ascendante montre le point où la normalisation a été effectuée.

Dans les figures 3, 4 et 5, on compare les fonctions de luminosité pour différentes compositions de cœur des naines blanches. Les trois graphiques $n(L)$ représentent trois compositions différentes : 100 % Carbone, 100 % Oxygène et un mélange 50 % Carbone – 50 % Oxygène. On utilise 3 âges pour faire nos graphiques, soit 3 milliards (courbe bleue), 4.5 milliards (courbe verte) et 6 milliards d'années (courbe rouge).

Encore une fois, la forme de la partie descendante de la fonction de luminosité est fortement dépendante sur le temps que mettent les étoiles à refroidir. Comme stipulé auparavant, les étoiles dont le cœur est plus lourd, c.-à-d. les étoiles contenant plus d'oxygène dans le cœur ou celle de masse plus élevée, mettent moins de temps à refroidir. Donc, on devrait s'attendre à une fonction de luminosité dont la partie descendante s'étend davantage vers les faibles luminosités pour l'étoile dont le cœur est composé d'oxygène à 100 %, alors que la pente devrait être plus abrupte pour les étoiles dont le cœur est composé à 100 % de carbone.

On remarque cette tendance dans les trois graphiques. Les courbes du graphique dont les étoiles sont composées à 100 % de carbone montrent des descentes abruptes, presque droites pour les plus jeunes populations, avec une courbe un peu plus 'étirée' à mesure qu'on vieillit la population. À l'opposé, les étoiles composées uniquement d'oxygène montrent déjà en bas âge des courbes plus étendues vers les faibles luminosités. On voit dans la figure 6 que la courbe pour un âge de 3 milliards d'années, en bleu, contient les contributions d'étoiles ayant atteint des luminosités inférieures à $10^{-4} L_{\odot}$, alors que les étoiles de carbone n'ont pas encore atteint les $10^{-4} L_{\odot}$, comme le montre la figure 4. La courbe pour un âge de 4.5 milliards d'années montre qu'il existe beaucoup

d'étoiles de luminosité inférieure à $10^{-4} L_{\odot}$ pour les étoiles dont le cœur est composé uniquement d'oxygène, alors que la même courbe de la figure 4 montre qu'il n'en existe en pratique aucune dans le cas des étoiles au cœur de carbone. Comme on pouvait s'y attendre, les étoiles dont le cœur est composé d'un mélange carbone-oxygène montrent un comportement intermédiaire. La queue caractéristique pour les graphiques des étoiles contenant plus d'oxygène vient du fait que la cristallisation qui s'installe plus rapidement dans les cœurs de ces étoiles accélère grandement le refroidissement des naines blanches.

En fait, on peut voir dans cette 'queue' l'effet de la cristallisation sur le refroidissement par le biais de la fonction de luminosité, qui nous fournit donc une information supplémentaire sur la physique des naines blanches. Ceci nous permet d'observer que le taux de refroidissement s'accroît avec l'accroissement du pourcentage d'oxygène, ou avec le poids moléculaire moyen des éléments du cœur pour pouvoir faire la comparaison avec le modèle de Mestel. On peut donc comparer directement cette tendance au modèle de Mestel et confirmer que notre hypothèse tient en dehors des approximations de Mestel.

Les points qui apparaissent dans la figure sont les points de luminosité observés pour l'amas ouvert M67.

Les figures 3, 4 et 5 montrent 3 courbes : la courbe bleue est celle pour un âge de 3 milliards d'années, la verte pour 4.5 milliards d'années et la rouge pour 6 milliards d'années.

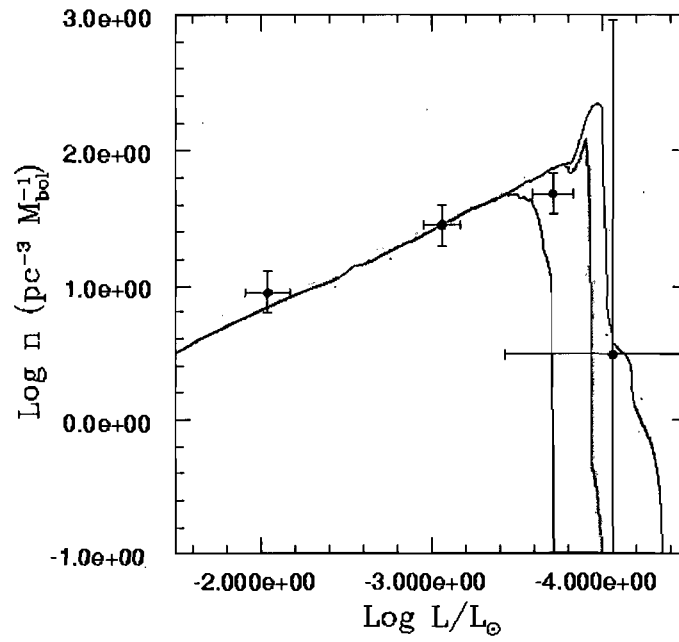


Figure 3 : Fonction de luminosité pour des naines blanches avec cœur composé de carbone à 100 %.

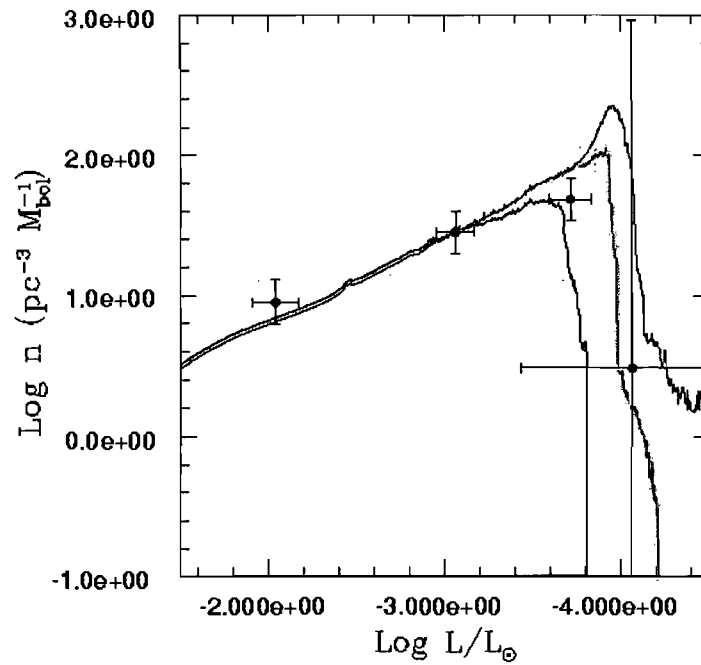


Figure 4 : Fonction de luminosité pour des naines blanches 50 % carbone – 50 % oxygène.

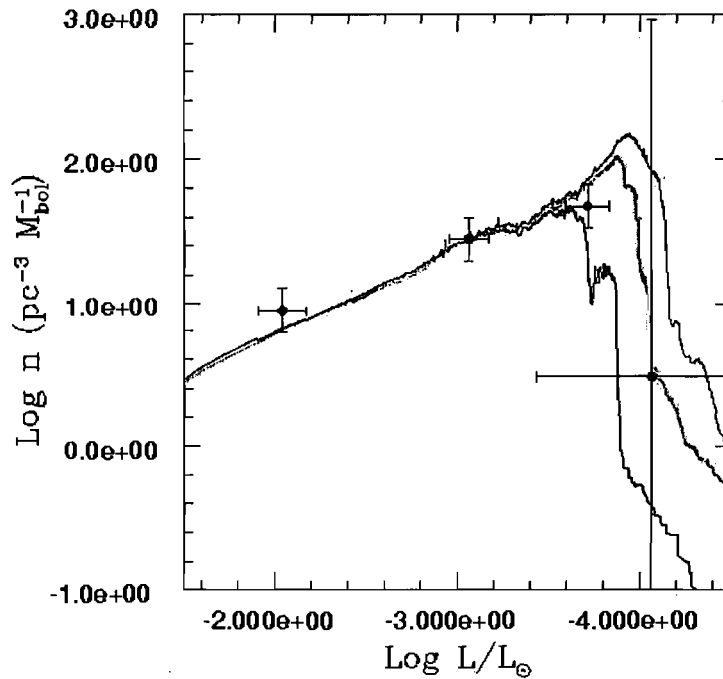


Figure 5 : Fonction de luminosité pour des naines blanches 100 % oxygène.

La figure 6 montre, elle, les courbes pour trois compositions différentes avec un âge unique mis sur un même graphique. Cette fois, on utilise 3.7 milliards d'années, pour comparer à la fois les tendances et utiliser ce calcul pour M67. Les quatre points dans les figures 3 à 6 représentent la valeur de $n(L)$ observée pour les étoiles de l'amas M67, regroupées en quatre 'bin' de luminosité. Ce sont ces points que nous utilisons pour la comparaison.

On voit immédiatement le comportement des différentes compositions du cœur et on met en évidence la dépendance de la fonction de luminosité sur la composition du cœur. Citons encore une fois que les étoiles dont le cœur est composé d'une plus grande proportion d'oxygène refroidissent plus vite que celles dont le cœur est composé d'une plus grande proportion de carbone. Ceci explique que pour un âge donné, avec les paramètres que nous utilisons (un taux de formations constant notamment), la courbe pour les étoiles d'oxygène 'décroche' plus tôt en fonction de la luminosité que celle des étoiles de carbone; une partie des étoiles qui contribuent aux plus hautes luminosités dans le cas

'carbone' se sont déplacées vers de plus faibles luminosités dans le cas 'oxygène', ayant refroidi dans un laps de temps plus court.

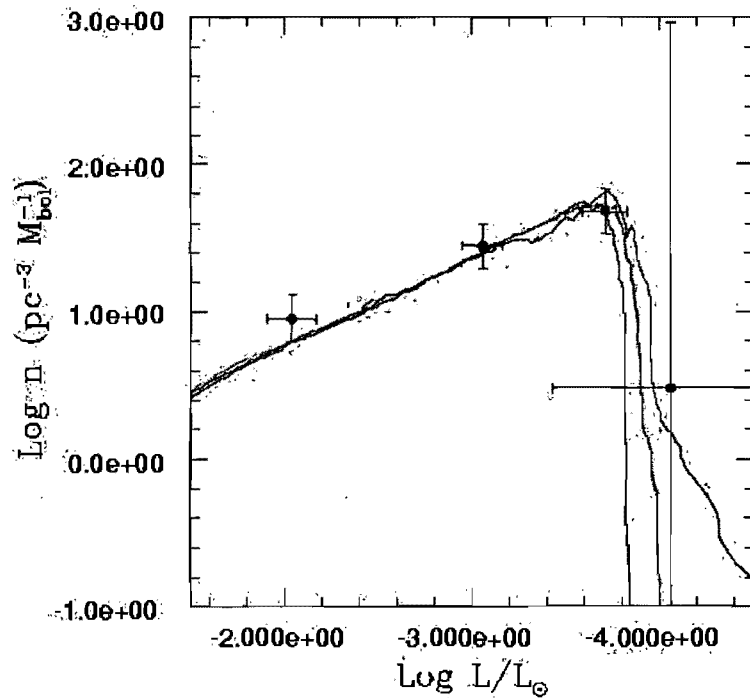


Figure 6 : fonction de luminosité pour 3 compositions différentes et ajustement des points de luminosité de l'amas M67

On arrive maintenant à la dernière étape de travail avec l'amas M67. On remarque que, bien que la courbe des étoiles dont le cœur est composé à 100 % de carbone passe relativement bien par les trois premiers points de M67, il n'y a aucune étoile qui devrait avoir une luminosité $\text{Log } L/L_{\odot}$ inférieure à -3.8 , alors qu'on en observe dans l'amas M67; la queue de la fonction de luminosité n'est pas suffisamment étendue. On voit immédiatement apparaître cette queue pour la courbe des étoiles dont le cœur est mixte (50 % Carbone – 50 % Oxygène). Cependant, il semble qu'il n'y ait pas non plus d'étoiles suffisamment peu lumineuses pour justifier l'estimation d'une composition 50-50. La courbe pour les étoiles composées principalement d'oxygène s'approche très près du dernier point, mais passe plus loin du point 3 que les autres courbes. Il doit donc y avoir

une valeur intermédiaire de composition qui satisfasse nos points de façon un peu plus juste.

En interpolant de façon simple les valeurs des simulations entre la composition mixte et l'oxygène pur on obtient une courbe qui nous satisfait, tracée en noir sur la figure 7. Cette interpolation utilise une composition du cœur particulière qui nous permet de tirer la conclusion suivante : nous pouvons estimer que les cœurs des naines blanches de l'amas ouvert M67 sont composés d'oxygène dans une proportion entre 50 % et 80 %!

3.5 Quelques points sur l'estimation de la composition et la fonction de luminosité

On se rend compte que les courbes ne s'ajustent pas parfaitement aux points. En fait, le modèle utilisé pour le taux de création, soit un taux continu, n'est pas parfaitement approprié pour un amas, puisqu'on suppose un taux de formation instantané (un 'burst') et que toutes les étoiles ont le même âge, ou à peu près. Il serait alors nécessaire d'inclure dans le calcul de la fonction de luminosité une condition sur l'âge de la naine blanche permettant de choisir uniquement les naines blanches ayant précisément (ou à peu près) l'âge que nous attribuons à l'amas. À l'heure actuelle, la condition est que la somme de l'âge de la naine blanche (calculé à partir des simulations) et du temps que l'étoile génitrice a passé sur la séquence principale soit inférieure à l'âge que nous attribuons à la population.

Il faudrait donc discriminer les étoiles dont l'âge est inférieur à celui de l'amas, en incluant dans le code une boucle 'if' avec comme condition que l'âge de l'étoile ne soit pas inférieur à l'âge de la population. Il s'agit ensuite d'utiliser le coefficient C des splines entre la luminosité et le temps pour trouver la combinaison âge-luminosité qui nous intéresse.

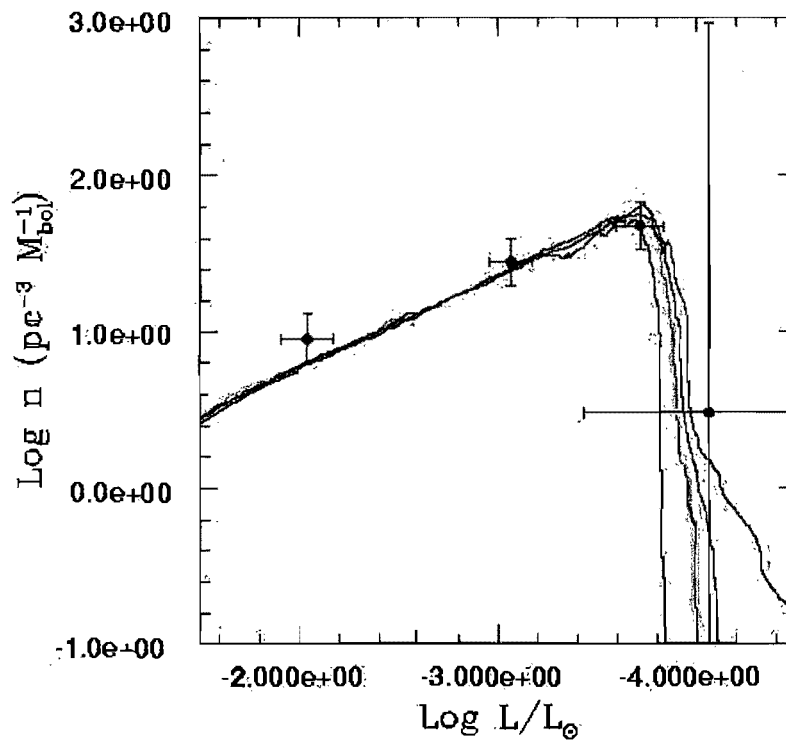


Figure 7 : ajustement (courbe noire) pour trouver la composition chimique des étoiles de l'amas ouvert M67.

Cette façon de procéder ne devrait pas grandement affecter les conclusions précédentes. La fonction de luminosité avec un taux de création de type 'burst' se trouvera simplement appauvrie en étoiles de grande luminosité avec un âge croissant puisque plus aucune étoile n'est créée après le 'burst'. Les parties ascendantes des courbes de fonction de luminosité pour différents âges de population n'auraient plus la même forme (ou pente) puisque toutes les étoiles vont vieillir ensemble et que les plus lumineuses vont s'éteindre; les plus lumineuses (les plus massives) vont rapidement quitter la séquence principale, et les naines blanches parmi ces cadavres seront plus massives et refroidiront plus vite; la population d'étoiles n'est pas renouvelée. C'est en fait cette caractéristique des amas qui nous permet d'utiliser la méthode du 'turn-off' pour déterminer l'âge de l'amas. Les courbes vont plutôt 's'affaïsser' dans la partie ascendante à mesure qu'on augmente l'âge dans le calcul et montreront une pente plus abrupte.

Notons également que les incertitudes sur le dernier points sont grandes et rendent difficile l'ajustement des courbes fonction de luminosité pour les différentes compositions.

Chapitre 4

CONCLUSION

Nous avons donc entrepris de créer une nouvelle façon de déterminer la composition chimique du cœur d'étoiles naines blanches que nous observons. À partir de principes fondamentaux, il est possible de construire une fonction, la fonction de luminosité, nous permettant de prédire le nombre d'étoiles naines blanches qu'on peut s'attendre à trouver dans un élément de volume (parsec^3) d'espace. Le succès de cette construction repose en grande partie sur le taux de refroidissement des naines blanches, qui lui repose en grande partie sur la composition chimique du cœur. Ceci implique que la fonction de luminosité est caractéristique de la composition du cœur de la naine blanche.

Nous avons simulé plusieurs modèles d'étoiles à l'aide du puissant code de simulation de Fontaine & Brassard. Ces modèles variaient en paramètres de 0.4 à $1.2 M_{\odot}$, avec des compositions du cœur de 100 % carbone, 50 % carbone – 50 % oxygène et 100 % oxygène.

À partir de ces modèles, nous avons généré des grilles de valeurs interpolées pour faciliter le calcul de la fonction de luminosité. Ces grilles sont créées en utilisant la méthode d'interpolation appelée 'Spline'.

Nous avons ensuite construit le code de fonction de luminosité. Nous avons implémenté une façon de discriminer les étoiles qui contribuent à la fonction de luminosité en fonction de leur luminosité, leur masse et leur âge. Le code fait ensuite l'intégrale sur toutes les valeurs retenues, selon la formule décrite dans les sections 2 et 3.

Nous avons utilisé les simulations interpolées dans le code de fonction de luminosité pour générer quelques fonctions de luminosité pour différents âges et différentes compositions chimiques. Ceci nous a permis d'observer deux résultats importants. Le premier est obtenu en comparant les fonctions de luminosité de naines blanches à composition unique pour plusieurs âges différents. Cette comparaison nous indique que la fonction de luminosité s'étend davantage à mesure que l'on considère un âge plus avancé, résultat auquel on se serait attendu compte tenu de la nature de la fonction de luminosité. Le deuxième résultat s'obtient en comparant les différentes fonctions de luminosité pour trois compositions chimiques différentes mais pour un âge unique. Cette comparaison nous permet de constater que les étoiles dont le cœur a le poids moléculaire moyen le plus élevé, c.-à-d. les étoiles présentant un plus grand pourcentage d'oxygène, refroidissent plus rapidement.

Nous avons vu que pour des raisons d'opacité il nous est impossible de sonder le cœur du cadavre stellaire. Donc, la tâche de construire la fonction de

luminosité semblait un peu inutile si nous ne pouvions connaître la composition chimique du cœur des naines blanches des populations observables. Cependant, il est possible de connaître l'âge d'une population d'étoile comme un amas par une méthode appelée la méthode du 'turn-off'. Cette méthode a déjà été utilisée par Michaud (2004) pour déterminer l'âge de l'amas M67. Alors en renversant la vapeur il nous a été possible d'estimer la composition chimique des naines blanches d'une population d'étoiles en ajustant les courbes de la fonction de luminosité de naines blanches de différentes compositions chimiques aux valeurs de $n(L)$ observées dans une région dont on connaît l'âge. Comme la courbe dépend à la fois de l'âge et de la composition chimique, nous n'avons en pratique qu'à fournir un de ces deux éléments pour obtenir l'autre. Nous avons pu ainsi déterminer la composition chimique (moyenne) du cœur des naines blanches de l'amas M67 (que nous trouvons être composées de 50 % à 80 % d'oxygène), une innovation dans le domaine de la cosmochronologie.

Cette détermination demeure cependant une estimation. En effet, comme nous avons discuté, nous utilisons des interpolations dans plusieurs étapes. Nous utilisons également un taux continu de formation dans la fonction de luminosité, ce qui ne représente pas exactement le taux de création généralement attribué à un amas. Les incertitudes sur le dernier point rendent également difficile un calcul exact.

Les prochaines étapes consistent donc à générer plus de modèles à l'aide du code de simulation. Il faudrait également porter une attention particulière à chacun des modèles simulés pour s'assurer de la continuité des modèles. Il faudra également inclure dans la fonction de luminosité un taux de création sous forme de fonction $\delta(t)$ pour simuler le fait que toutes les étoiles d'un amas ont à peu près le même âge.

L'avenir de la cosmochronologie et de la fonction de luminosité semble très prometteur, et la détermination de la composition chimique du cœur des

naines blanches par la méthode de l'ajustement de la fonction de luminosité aux observations demeure jusqu'à maintenant la seule façon de sonder l'intérieur de ces timides étoiles.

BIBLIOGRAPHIE

Fontaine G., *Éléments de structure interne et d'évolution stellaire*, cours de physique 6760, Département de Physique, Université de Montréal

Fontaine G., *Introduction aux atmosphères stellaires*, cours de physique 3700, Département de Physique, Université de Montréal

Hansen C.J., Kawaler S.D., Hansen Carl J., *Stellar Interiors: Physical Principles, Structure, and Evolution*, Springer Edition, New York, 1984.

Harley M., *Fundamentals of engineering programming with C and FORTRAN*, Édition Lavoisier, 1998

Kawaler S.D., Novikov I., Srinivasan G., *Stellar Remnants*, Lecture Notes 1995, Springer Edition, New York, 1995.

Press William H., Flannery Brian P., Teukolsky Saul A., Vetterling William T., *Numerical Recipes in FORTRAN 77: The Art of Scientific Computing*, Cambridge University Press, 2^{ième} édition, 1992

Wesemael F., *Structure et Évolution Stellaire*, Université de Montréal, 2003

Adams Fred C., Laughlin Gregory, and Graves Genevieve J. M., *RevMexAA* (Serie de Conference), **22**, 46-49 (2004)

Catalán S., Isern J., García-Berro E. and Ribas I., *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **387** Issue 4, 1693-1706

Chabrier G., 2005, Invited Review "IMF@50" in honor of E. Salpeter

Chabrier G., 2003, *PASP* **115**, issue 809, 763-795

Dobbie P.D., Napiwotzki R., Burleigh M.R., Barstow M.A., Boyce D.D., Casewell S.L., Jameson R.F., Hubeny I., & Fontaine G., 2006, *Mon. Not. Roy. Astron.Soc.*, **365**, 447-453

Elmegreen B.G., & Scalo J., 2005, *ApJ* **636**, 149-157

Fontaine G., Brassard P., & Bergeron P., 2001, *PASP*, **113**, 409-435

Fontaine G. et Brassard P., 2002, *ApJ* **581**, L33-L37

Hansen Brad M.S., Liebert James, *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, Septembre 2003, Vol. **41**, 465-515

Kroupa Pavel, *Science* 4 January 2002, Vol. **295**. no. 5552, 82 – 9

Lamb, D.Q., 1974, *Thèse de Doctorat*, Université de Rochester

Legget S.K., Ruiz M.T.et Bergeron P., 1998, ApJ **497**:294–302

Mestel, L., 1952, MNRAS **112**, 583-597

Michaud G., Richard O., & Richer J., 2004, ApJ **606**, 452-465

Noh H.-R., & Scalo J., 1990, ApJ, **352**, 605-614

Salpeter, E. E., 1955 ApJ, **121**, 161-167

Scalo J., 1998, proceedings for The Birth of Galaxies, Blois, France

Straniero O. et al, 2003, ApJ **583**, 878-884

Tamanaha C.M., Silk J., Wood M.A., & Winget D.E., 1990, ApJ **358**, 164-169

Remerciements

J'aimerais remercier Gilles Fontaine et Pierre Brassard pour leur grande patience, leur grand support et leurs précieux conseils.

J'aimerais également remercier Stéphanie Desharnaies, Alexandros Gianninas, Caroline Pereira, Delphine Quievry et Pier-Emmanuel Tremblay pour leur patience et leur aide.

Finalement, j'aimerais remercier ma conjointe Yen pour sa patience tout au long de mes études et ma petite soeur Caroline pour son aide dans la correction de mon mémoire.

